

Lösungen zum Rechnen mit Vektoren 1

1. Berechnen Sie:

a. $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 13 \\ -22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ -24 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 14 \\ -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -24 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 9 \\ -13 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix}$

c. $6 \cdot \begin{pmatrix} 14 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 \\ 30 \\ -54 \end{pmatrix}$

d. $(-3) \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ -9 \\ 18 \end{pmatrix}$

e. $6 \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 11 \\ -3 \end{pmatrix} - 8 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} - 6 \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} -42 \\ -18 \\ 36 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -24 \\ -44 \\ 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 24 \\ -48 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 54 \\ 36 \\ -48 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ -2 \\ -48 \end{pmatrix}$

2. a. Gegeben sind die Punkte A(4|-3|5), B(-1|3|-6), C(12|-2|-8) und D(-8|6|14). Berechnen Sie die Vektoren \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BD} und \overrightarrow{DB} !

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -11 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 12 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ -20 \end{pmatrix} (= -\overrightarrow{BD})$$

b. Gegeben ist der Punkt A(8|-8|-3) und die Vektoren $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte B und D!

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ -6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{l} b_1 - 8 = 14 \Leftrightarrow b_1 = 22 \\ b_2 + 8 = 25 \Leftrightarrow b_2 = 17 \\ b_3 + 3 = -6 \Leftrightarrow b_3 = -9 \end{array} \Rightarrow \mathbf{B(22|17|-9)}$$

$$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 22 \\ 17 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{l} d_1 - 22 = 7 \Leftrightarrow d_1 = 29 \\ d_2 - 17 = -3 \Leftrightarrow d_2 = 14 \\ d_3 + 9 = 9 \Leftrightarrow d_3 = 0 \end{array} \Rightarrow \mathbf{D(29|14|0)}$$

3. Vereinfachen Sie!

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

d. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$

4. Vereinfachen Sie!

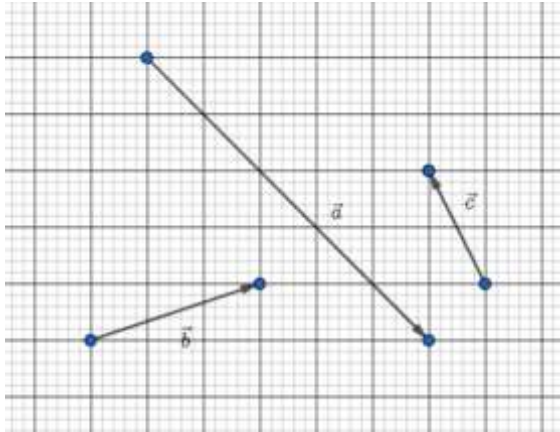
a. $2\vec{a} + 7\vec{a} - \vec{a} = 8\vec{a}$

b. $3\vec{a} + 17\vec{a} - 9\vec{a} = 11\vec{a}$

c. $3\vec{a} + 10\vec{b} - 5\vec{b} + 23\vec{a} + 17\vec{b} - 9\vec{b} = 26\vec{a} + 13\vec{b}$

d. $5(2\vec{a} - 3\vec{b} - 9\vec{c}) - 6(-2\vec{b} + 7\vec{c} - 9\vec{a}) = 10\vec{a} - 15\vec{b} - 45\vec{c} + 12\vec{b} - 42\vec{c} + 54\vec{a} = 64\vec{a} - 3\vec{b} - 87\vec{c}$

5. Gegeben sind die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} . Zeichnen Sie die Pfeile, die zu den Vektoren gehören!



a. $\vec{a} + \vec{b}$

b. $\vec{a} - \vec{b}$

c. $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

d. $-\vec{a} - \vec{c}$

e. $\vec{b} - 2\vec{c}$

f. $\vec{a} - (\vec{b} - \vec{c})$

