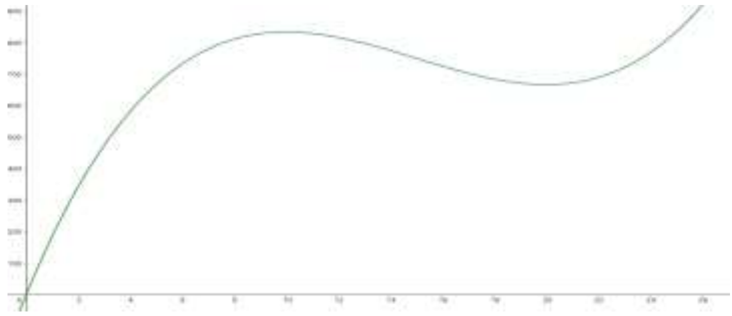
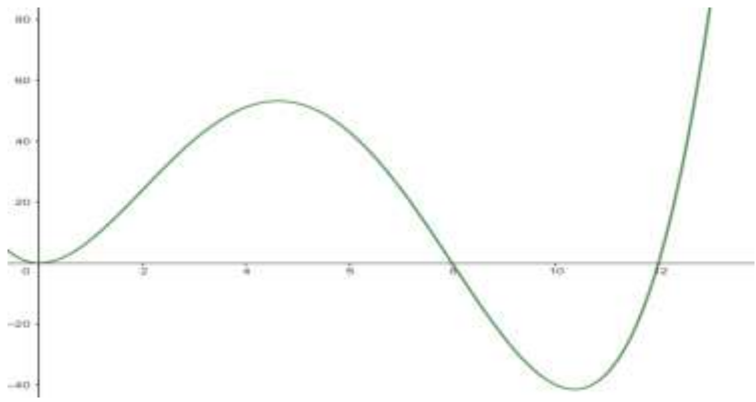
Textaufgaben mit Ableitung und Integralen: Rekonstruktion von Beständen

1. $f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 15t^2 + 200t$ beschreibt die momentane Änderungsrate der zur Zeit t mit einer ansteckenden Krankheit infizierten Menschen, t in Tagen mit $0 \leq t \leq 24$. Zu Beginn der Aufzeichnung waren 500 Menschen infiziert.



   a. Berechnen Sie f(10) und geben Sie an, was der Wert im Sachzusammenhang angibt.
   b. Geben Sie eine Funktion g(t) an, die die Gesamtzahl der infizierten Menschen zum Zeitpunkt t angibt. Berechnen Sie, wie viele Menschen sich nach 20 Tagen mit dem Virus angesteckt haben.
   c. Bestimmen Sie rechnerisch, zu welchem Zeitpunkt sich die meisten Menschen anstecken.
   d. Nach 24 Tagen nimmt das Wachstum der infizierten Menschen nur noch linear zu! Das Wachstum wird durch die Tangente an f dargestellt. Bestimmen Sie g(t) und berechnen Sie, wann sich noch 822 Menschen pro Tag neu anstecken.

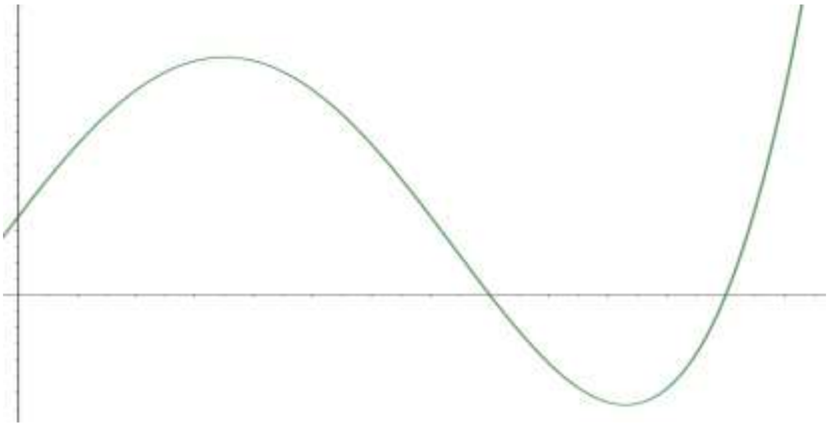
2. In einem Tank einer Tankstelle befinden sich 20.000l Benzin. Der Zu/Abfluss kann durch die Funktion $f(x) = 0{,}1x^4 - 2x^3 + 9{,}6x^2$ modelliert werden, x in Minuten mit $0 \leq x \leq 12$, f(x) in 10 l/min.



   a. Berechnen Sie die Benzinmenge im Tank nach 5 Minuten.
   b. Bestimmen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Benzinmenge im Tank maximal ist.
   c. Bestimmen Sie, wann die Benzinmenge im Tank am stärksten steigt und geben Sie entsprechende Zuflussrate an.

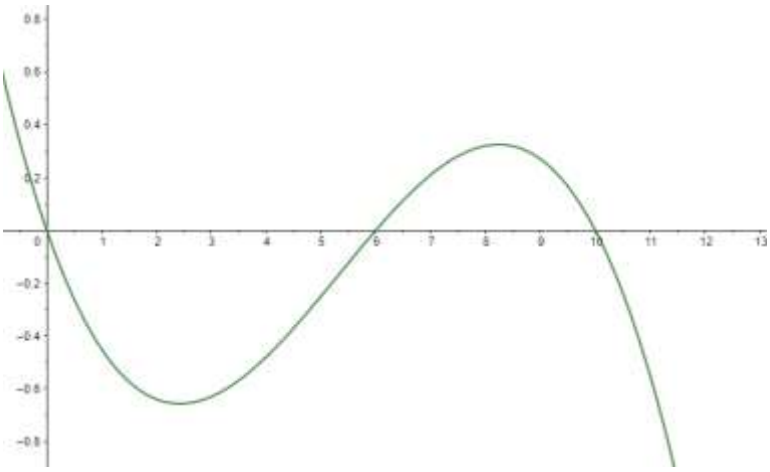
Lösungen unter: www.matheportal.com www.matheportal.wordpress.com

3. Ein Geheimdienst verbreitet falsche Nachrichten über twitter, um eine Präsidentenwahl in einem gegnerischen Land zu beeinflussen.
f(x) = $x^4 - 14x^3 - 19x^2 + 476x + 480$ soll die momentane Änderungsrate der Personen beschreiben, die zurzeit x diese Nachricht erhalten, x in Tagen mit $0 \leq x \leq 12{,}5$.
Zum Zeitpunkt x = 0 erhielten 1000 Menschen die Nachricht.



a. Berechnen Sie f(7) und geben Sie an, was der Wert im Sachzusammenhang angibt.
b. Bestimmen Sie, wann die größte Anzahl von Menschen diese Nachricht auf ihren Geräten hat und geben Sie an, wie viele Menschen das sind.
c. Wenn der Zustrom der Menschen, die die Nachricht erhalten, am geringsten ist, muss der Geheimdienst neue Nachrichten lancieren. Wann ist dies der Fall?

4. Die Funktion f(x) = $-0{,}01 \cdot x \cdot (x-6) \cdot (x-10)$ soll die momentane Änderungsrate der Wasserstandshöhe in einem See angeben, x in Monaten mit $0 \leq x \leq 10{,}5$, f(x) in cm pro Monat. Zu Beginn der Aufzeichnung hat der See eine Wasserhöhe von 3m.



a. Beschreiben Sie mithilfe des Graphen, in welchen Zeiträumen mehr Wasser in den See hinein- als herausfließt.
b. Berechnen Sie, wann der Wasserstand am meisten zunimmt.
c. Bestimmen Sie, wann die Wasserstandshöhe am geringsten ist! Berechnen Sie die Wasserstandshöhe zu diesem Zeitpunkt.
d. Berechnen Sie die durchschnittliche Wasserstandshöhe in den ersten 10 Tagen.