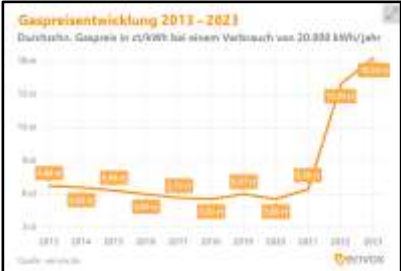


Lösung zu den Übungen zur mittleren Änderungsrate

<p>1. Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Funktion f im angegebenen Intervall I.</p> <p>a. $f(x) = x^3 - 3x$ $I = [1; 4]$ b. $f(x) = 2x^2 - 6$ $I = [2; 3]$ c. $f(x) = -3x - 2$ $I = [-2; 5]$ d. $f(x) = 2x^5 + 3x^2$ $I = [-1; 2]$ e. $f(x) = -3x^3 - 2x$ $I = [0; 6]$ f. $f(x) = x^4 + 2x^2$ $I = [-3; 3]$</p>	<p>a. $\frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{52-(-2)}{3} = \frac{54}{3} = 18$ b. $\frac{f(3)-f(2)}{3-2} = \frac{12-2}{1} = 10$ c. $\frac{f(5)-f(-2)}{5-(-2)} = \frac{-17-4}{7} = \frac{-21}{7} = -3$ d. $\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)} = \frac{76-1}{3} = \frac{75}{3} = 25$ e. $\frac{f(6)-f(0)}{6-0} = \frac{-660-0}{6} = -110$ f. $\frac{f(3)-f(-3)}{3-(-3)} = \frac{99-99}{6} = 0$</p>
<p>2. Bestimmen Sie eine reelle Zahl a so an, dass</p> <p>a. die Funktion $f(x) = ax^3 - 2x$ im Intervall $[-2; 4]$ die mittlere Änderungsrate $\frac{2}{3}$ besitzt. b. die Funktion $f(x) = x^2 + 1$ im Intervall $[-1; a]$, $a > 0$, die mittlere Änderungsrate 9,5 besitzt.</p>	<p>a. $\frac{f(4)-f(-2)}{4-(-2)} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{64a-8-(-8a)+4}{6} = \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{72a-12}{6} = \frac{2}{3} / \cdot 6 \Leftrightarrow 72a-12 = 4$ $\Leftrightarrow 72a = 16 \Leftrightarrow a = \frac{16}{72} = \frac{2}{9}$</p> <p>b. $\frac{f(a)-f(-1)}{a-(-1)} = 9,5 \Leftrightarrow \frac{a^2+1-2}{a+1} = 9,5$ $\Leftrightarrow \frac{a^2-1}{a+1} = 9,5 \Leftrightarrow \frac{(a-1) \cdot (a+1)}{a+1} = 9,5$ $\Leftrightarrow a-1 = 9,5 \Leftrightarrow a = 10,5$</p>
<p>3. Die Funktion $f(x) = -0,01x^3 + 0,2x^2 + 0,4x + 12$ modelliert die Temperaturen an einem Tag in einer Stadt, x in Stunden, $f(x)$ in Grad Celsius. Berechnen Sie die durchschnittliche Änderungsrate in den Intervallen $I [2;6]$, $I [8;18]$ und $I [18;24]$. Beschreiben Sie, was dies im Sachzusammenhang bedeutet.</p>	<p>$\frac{f(6)-f(2)}{6-2} = \frac{19,44-13,52}{4} = 1,48$ $\frac{f(18)-f(8)}{18-8} = \frac{25,68-22,88}{10} = 0,28$ $\frac{f(24)-f(18)}{24-18} = \frac{-1,44-25,68}{6} = -4,52$</p> <p>Zwischen 2 und 6 Uhr nachts steigt die Temperatur durchschnittlich um 1,48 Grad pro Stunde und zwischen 8 und 18 Uhr durchschnittlich um 0,28 Grad; zwischen 18 und 24 Uhr fällt sie durchschnittlich um 4,52 Grad pro Stunde.</p>
<p>4. Berechnen Sie die durchschnittliche Änderungsrate in den folgenden Jahren und beschreiben Sie, was dies im Sachzusammenhang bedeutet.</p> <p>a. von 2013 bis 2023 b. von 2013 bis 2020 c. von 2021 bis 2023 d. von 2017 bis 2020</p> 	<p>2013: $x = 0$</p> <p>a. $\frac{f(10)-f(0)}{2023-2013} = \frac{18,30-6,80}{10} = \frac{11,5}{10} = 1,15$ Die Gaspreise steigen von 2013 bis 2023 durchschnittlich um 1,15ct/kWh pro Jahr.</p> <p>b. $\frac{f(7)-f(0)}{2020-2013} = \frac{5,65-6,80}{7} = \frac{-1,15}{7} \approx -0,16$ Die Gaspreise fallen von 2013 bis 2023 durchschnittlich um 0,16ct/kWh pro Jahr.</p> <p>c. $\frac{f(10)-f(8)}{2023-2021} = \frac{18,30-6,56}{2} = \frac{11,74}{2} = 5,87$ Die Gaspreise steigen von 2013 bis 2023 durchschnittlich um 5,87ct/kWh pro Jahr.</p> <p>d. $\frac{f(7)-f(4)}{2020-2017} = \frac{5,65-5,79}{3} = \frac{-0,14}{3} = -0,04\bar{6}$ Die Gaspreise fallen von 2013 bis 2023 durchschnittlich um ca. 0,05ct/kWh pro Jahr.</p>