Lösung zur Übungsaufgabe e-Funktion

$f(x) = (2{,}5x^2 - 0{,}5x + 120) \cdot e^{-0,1x}$, x in Stunden mit $0 \le x \le 24$ und f(x) in mmHG

a. Gesucht ist ein y-Wert:
   $f(0) = 120$
   Zu Beginn liegt der Blutdruck bei 120 mmHG.

b. Gesucht ist ein y-Wert:
   $f(10) \approx 134{,}28$
   Nach 10 Stunden hat die Person einen Blutdruck von 134,28 mmHG.

c. Gesucht ist ein x-Wert:
   $f(x) = 130 \Leftrightarrow x \approx 9{,}14$
   Nach 9,14 Stunden steigt der Blutdruck zum ersten Mal auf über 130 mmHG.

d. Gesucht sind die Hoch- und Tiefpunkte:

   $f'(x) = (2{,}5x^2 - 0{,}5x + 120) \cdot (-0{,}1) \cdot e^{-0,1x} + (5x - 0{,}5) \cdot e^{-0,1x}$
   $= (-0{,}25x^2 + 0{,}05x - 12) \cdot e^{-0,1x} + (5x - 0{,}5) \cdot e^{-0,1x}$
   $= (-0{,}25x^2 + 5{,}05x - 12{,}5) \cdot e^{-0,1x}$

   $f''(x) = (-0{,}25x^2 + 5{,}05x - 12{,}5) \cdot (-0{,}1) \cdot e^{-0,1x} + (-0{,}5x + 5{,}05) \cdot e^{-0,1x}$
   $= (0{,}025x^2 - 1{,}005x + 6{,}3) \cdot e^{-0,1x}$

   $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 5{,}05x - 12{,}5 = 0 \lor e^{-0,1x} = 0$
   $\Leftrightarrow x \approx 2{,}89 \lor x \approx 17{,}31 \qquad e^{-0,1x} \neq 0$

   $f''(2{,}89) \approx 2{,}7 > 0 \Rightarrow$ TP $f''(17{,}31) \approx -0{,}64 < 0 \Rightarrow$ HP
   $f(2{,}89) \approx 104{,}44$ $f(17{,}31) \approx 152{,}39$

   Ränder: $f(0) = 120 > f(2{,}89)$ $f(24) \approx 140{,}43 < f(17{,}31)$

   Nach ca. 17,3 Stunden ist der Blutdruck am höchsten und nach 2,89 Stunden am niedrigsten.

e. Gesucht ist das Monotonieverhalten, das man hier nur bestimmen muss:
   Der Blutdruck fällt bis zum TP, d.h. bis zu 2,89 Stunden, steigt dann bis zum HP bei 17,3 Stunden und fällt dann wieder.

   (Alternativ die Berechnung, wenn dies gefordert ist:)
   Untersuchung, wo $f'(x) > 0$ bzw. $f'(x) < 0$ ist:
   $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 5{,}05x - 12{,}5 = 0 \Leftrightarrow x \approx 2{,}89 \lor x \approx 17{,}31$ (s.o.)

x	0	4	18
f'(x)	$-2{,}78$	$2{,}48$	$-0{,}43$
f(x)	fallend für $0 < x < 2{,}89$	steigend für $2{,}89 < x < 17{,}31$	fallend für $17{,}31 < x < 24$

f. Gesucht sind die Wendepunkte:

f''(x) = 0 ⇔ $0{,}0{,}25x^2 - 1{,}005x + 6{,}3 = 0$ v $e^{-0,1x} = 0$

⇔ x ≈ 7,78 v x ≈ 32,48 (∉ D(f)) $e^{-0,1x} \neq 0$

Untersuchung auf VZW:

x	6	7,78	24
f''(x)	0,64		−3,2
		VZW von + nach − ⇨ maximale Steigung	

f'(7,78) ≈ 5,36

Die minimale Steigung muss in den Rändern liegen:

Steigung in den Rändern: f'(0) = −12,5 f'(24) ≈ −3,2

Zu Beginn fällt der Blutdruck mit 12,5 mmHG/Stunde am stärksten, nach ca. 7,78 Stunden steigt er mit 5,36 mmHG/Stunde am stärksten.

g. Gesucht ist die mittlere Änderungsrate:

$\frac{f(14)-f(10)}{14-10} \approx 3{,}61$

Der durchschnittliche Anstieg in diesem Zeitraum beträgt 3,61 mmHG/Stunde.

h. P(24|140,43) und f'(24) ≈ −3,2

t(x) = −3,2x + b

140,43 = −3,2 · 24 + b

b = 217,23

t(x) = −3,2x + 217,23

6 Stunden nach 24 Stunden = 30 Stunden

t(30) = 121, 23

6 Stunden nach der Aufzeichnung beträgt der Blutdruck 121,23 mmHG.