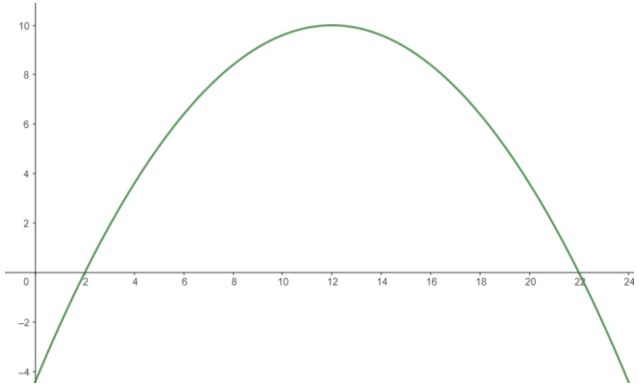
Textaufgabe zu quadratischen Funktionen

Die Funktion $f(x) = -0{,}1 \cdot (x-12)^2 + 10$ modelliert die Temperaturen an einem Wintertag in einer Stadt A, mit $0 \leq x \leq 24$ die Uhrzeit, f(x) in Grad Celsius.



Tipp 1: Schreibt euch immer zuerst auf, was x und f(x) ist.

Tipp 2: Schreibt auch bei langen Textaufgaben alle wichtigen mathematischen Informationen/Formeln auf.

Tipp 2: Übernehmt in den Antwortsätzen immer die Formulierung der gegebenen Frage.

Wonach kann gefragt werden? Verbinde die Aussagen auf der linken Seite mit genau einer passenden Frage.

1. Nach einem x-Wert.
2. Nach einem y-Wert.
3. Nach den Nullstellen.
4. Nach dem Schnittpunkt mit der y-Achse.
5. Nach dem maximalen/minimalen Wert.
6. Nach einem Schnittpunkt mit einer 2. Funktion.

a. Wann steigt die Temperatur über Null Grad?

b. Wann ist es an dem Tag am wärmsten? Wie warm ist es dann?

c. Wann sind es 6,4 Grad?

d. Wie viel Grad sind es um 10 Uhr?

e. In einer Stadt B wird die Temperatur in den ersten 18 Stunden modelliert durch die Funktion $g(x) = 0{,}5x + 2$. Wann ist die Temperatur in der Stadt A zum ersten Mal höher als in der Stadt B?

f. Wie ist die Temperatur zu Beginn der Aufzeichnung?

zu 1. Wann sind es 6,4 Grad?

Es ist nach einer Uhrzeit gefragt, also nach x. f(x), die Gradzahl, ist gegeben.

$f(x) = 6{,}4 \Leftrightarrow -0{,}1 \cdot (x-12)^2 + 10 = 6{,}4 \Leftrightarrow -0{,}1 \cdot (x-12)^2 = -3{,}6$

$\Leftrightarrow (x-12)^2 = 36 \Leftrightarrow x-12 = \pm 6 \Leftrightarrow x = 6 \lor x = 18$

Um 6 und um 18 Uhr sind es 6,4 Grad.

zu 2. Wie viel Grad sind es um 10 Uhr?

Es wird nach Grad gefragt, also nach f(x). x, die Uhrzeit, ist gegeben.

$f(10) = -0{,}1 \cdot (10-12)^2 + 10 = 9{,}6$

Um 10 Uhr sind es 9,6 Grad.

zu 3. Wann steigt die Temperatur zuerst über Null Grad?

Wann fällt die Temperatur wieder unter Null Grad?

Es wird gefragt, wann f(x) = 0 ist, da sich an diesen Stellen die Temperatur von – nach + bzw. von + nach – ändert.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}1 \cdot (x-12)^2 + 10 = 0 \Leftrightarrow -0{,}1 \cdot (x-12)^2 = -10$

$\Leftrightarrow (x-12)^2 = 100 \Leftrightarrow x-12 = \pm 10 \Leftrightarrow x = 2 \lor x = 22$

Um 2 Uhr steigt die Temperatur über 0 Grad und um 22 Uhr fällt sie wieder unter 0 Grad.

zu 4. Wie ist die Temperatur zu Beginn der Aufzeichnung?

Es wird nach dem Wert für x = 0 gefragt.

$f(0) = -0{,}1 \cdot (0-12)^2 + 10 = -4{,}4$

Zu Beginn sind es −4,4 Grad.

zu 5. Wann ist es an dem Tag am wärmsten? Wie warm ist es dann?

Es wird nach dem Scheitelpunkt gefragt. S(12/10) ablesen

Um 12 Uhr ist es mit 10 Grad an diesem Tag am wärmsten.

zu 6. In einer Stadt B wird die Temperatur in den ersten 18 Stunden modelliert durch die Funktion g(x) = 0,5x + 2.

Wann ist die Temperatur in der Stadt A zum ersten Mal höher als in der Stadt B?

$-0{,}1 \cdot (x-12)^2 + 10 = 0{,}5x + 2 \quad /\cdot (-10)$

$\Leftrightarrow (x-12)^2 - 100 = -5x - 20$

$\Leftrightarrow x^2 - 24x + 144 - 100 = -5x - 20$

$\Leftrightarrow x^2 - 19x + 64 = 0$

$\Leftrightarrow x_{1,2} = -\frac{-19}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{19}{2}\right)^2 - 64} = 9{,}5 \pm \sqrt{9{,}5^2 - 64}$

$= 9{,}5 \pm \sqrt{26{,}25} \approx 9{,}5 \pm 5{,}1$

$\Leftrightarrow x_1 \approx 4{,}4 \vee x_2 \approx 14{,}6$

Nach 4,4 Stunden ist die Temperatur in der Stadt A zum ersten Mal höher als in der Stadt B.