

Lösungen zu den Übungen zu Mittelpunkten von Vektoren

<p>1. Gegeben sind die Punkte A(5 9 3), B(-4 6 2), C(8 -2 -10) und D(-4 6 1).</p> <p>a. Berechnen Sie die Mittelpunkte der Strecken \overline{AB}, \overline{BC} und \overline{CD}.</p> <p>b. $M_{\overline{AE}}$ hat die Koordinaten (6 1 7). Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes E.</p>	<p>a. $\frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 7,5 \\ 2,5 \end{pmatrix} \quad M_{\overline{AB}}(0,5 7,5 2,5)$</p> <p>$\frac{1}{2} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ -10 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \quad M_{\overline{BC}}(2 2 -4)$</p> <p>$\frac{1}{2} \cdot (\vec{c} + \vec{d}) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4,5 \end{pmatrix} \quad M_{\overline{CD}}(2 2 -4,5)$</p> <p>b. $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 12 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad E(7 -7 11)$</p>
<p>2. Gegeben ist ein quadratischer Quader mit den Eckpunkten A(-3 2 0), B(-3 6 0) und H(-8 2 4).</p> <p>a. Bestimmen Sie die restlichen Eckpunkte.</p> <p>b. Bestimmen Sie die Koordinaten der Mittelpunkte der Diagonalen der Seitenflächen und der Raumdiagonalen des Quaders.</p>	<p>a. C(-8 6 0), D(-8 2 0), E(-3 2 4), F(-3 6 4), G(-8 6 4)</p> <p>b. $M_{\overline{AF}}(-3 4 2)$ $M_{\overline{ED}}(-5,5 2 2)$ $M_{\overline{DG}}(-8 4 2)$ $M_{\overline{BG}}(-5,5 6 2)$ Raumdiagonale: $M_{\overline{AG}}(-5,5 4 2)$ oder $M_{\overline{HB}}$ etc.</p>
<p>3. Gegeben ist das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A(0 4 1), B(2 6 3) und C(-6 -4 5).</p> <p>a. Berechnen Sie M_a, M_b und M_c.</p> <p>b. Der Ortsvektor \vec{s} des Schwerpunkts S kann durch $\vec{s} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \overline{AM_a}$ berechnet werden. Wie lauten die Koordinaten von S?</p>	<p>a. $M_a = M_{\overline{BC}}: (-2 1 4)$ $M_b = M_{\overline{AC}}: (-3 0 3)$ $M_c = M_{\overline{AB}}: (1 5 2)$</p> <p>b. $\vec{s} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \overline{AM_a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $S(-\frac{4}{3} 2 3)$</p>
<p>4. Gegeben ist ein quadratischer Pyramide mit den Eckpunkten A(3 4 2), B(1 6 2), C(-1 4 2) und S(1/4 5). Geben Sie die Mittelpunkte der Strecken \overline{AB}, \overline{AC} und \overline{AS} an.</p>	<p>$M_{\overline{AB}}(2 5 2)$ $M_{\overline{AC}}(1 4 2)$ $M_{\overline{AS}}(2 4 3,5)$</p>