

Lösung zu Übungen zu Geraden 1: Aufstellen von Geradengleichungen

Aufgabe	Rechnung
<p>1. Geradengleichung aufstellen:</p> <p>a. Finden Sie 2 Gleichungen der Geraden, die durch die Punkte A(2/3/-5) und B(-7/5/9) geht!</p>	$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}$ <p>a. $g: \vec{x} = \overrightarrow{0A} + r \cdot \overrightarrow{AB}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{0B} + r \cdot \overrightarrow{AB}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}$</p> <p>oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{0A} + r \cdot \overrightarrow{BA}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -14 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{0B} + r \cdot \overrightarrow{BA}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ -14 \end{pmatrix}$</p>
<p>b. Finden Sie 2 Gleichungen der Geraden, die durch die Punkte C(-8/-1/10) und D(5/-5/10) geht!</p>	$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>b. $g: \vec{x} = \overrightarrow{0C} + r \cdot \overrightarrow{CD}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{0D} + r \cdot \overrightarrow{CD}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$</p> <p>oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{0C} + r \cdot \overrightarrow{DC}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder: $g: \vec{x} = \overrightarrow{0D} + r \cdot \overrightarrow{DC}: g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$</p>
<p>2. Überprüfen, ob ein Punkt auf einer Gerade liegt:</p> <p>a. Überprüfen Sie, ob die Punkte P (-1/-2/14) und Q (4/-8/2) auf der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ liegen!</p> <p>b. Bestimmen Sie ein Zahl $a \in \mathbb{R}$, sodass der Punkt Q(6/a/-7) auf der Geraden liegt!</p>	<p>a. $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 2 - r \\ -2 = -4 + 2r \\ 14 = 5 + 3r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = r \\ 1 = r \\ 3 = r \end{cases}$</p> <p>Der Punkt liegt nicht auf der Geraden.</p> <p>b. $\begin{pmatrix} 6 \\ a \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 2 - r \\ a = -4 + 2r \\ -7 = 5 + 3r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = r \\ a = -4 + 2 \cdot (-4) = -12 \\ -4 = r \end{cases}$</p> <p>Für $a = -12$ liegt der Punkt auf der Geraden.</p>

3. Bestimmung von Geradengleichungen aus Zeichnungen:

a. Gegeben ist $A(-3/2/0)$, $B(-3/6/0)$, $H(-8/2/4)$, M und N sind die Mittelpunkte der Strecken. Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden f , g und h !

b. Gegeben sind die Punkte $A(3/-4/0)$, $B(3/6/0)$, $C(-4/6/0)$, $D(-4/-4/0)$ sowie $S(-0,5/1/1,5)$ und $T(-0,5/1/-5)$! Bestimmen Sie die Geraden f , g und h !

a. $C(-8/6/0)$, $E(-3/2/4)$, $F(-3/6/4)$, $G(-8/6/4)$

$$\vec{m} = 0,5 \cdot (\vec{f} + \vec{g}) = \begin{pmatrix} -5,5 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ d. h. } M(-5,5/6/4)$$

$$\vec{n} = 0,5 \cdot (\vec{a} + \vec{e}) = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ d. h. } N(-3/2/2)$$

$$f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$b. \quad f: \vec{x} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3,5 \\ -5 \\ 1,5 \end{pmatrix} \quad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 1 \\ 1,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -6,5 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix}$$