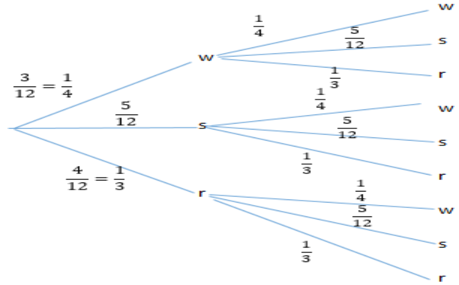
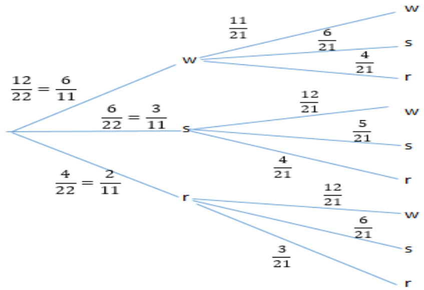
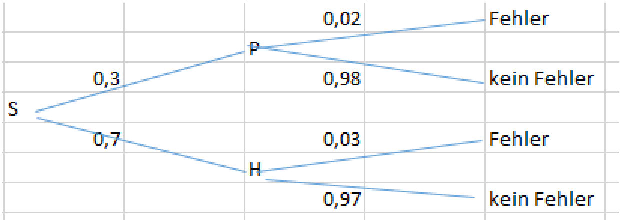
Lösungen zu den Übungen zu mehrstufigen Zufallsexperimenten

Aufgaben	Lösung
1. In einer Urne sind 5 schwarze, 4 rote und 3 weiße Kugeln. Es wird zweimal gezogen, die gezogenen Kugeln werden wieder zurückgelegt. a. Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal eine rote Kugel gezogen wird? c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zuerst eine schwarze und dann eine weiße Kugel gezogen werden? d. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt eine schwarze und eine weiße Kugel gezogen werden? e. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine weiße Kugel gezogen wird?	a.  b. $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}=0{,}1\overline{1}$, d.h. 11,11% Wahrscheinlichkeit c. $\frac{5}{12}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{48}\approx 0{,}1042$, d.h. 10,42% Wahrscheinlichkeit d. $\frac{5}{12}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{12}=\frac{10}{48}=\frac{5}{24}\approx 0{,}2083$, d.h. 20,83% Wahrscheinlichkeit e. $\frac{9}{12}\cdot\frac{9}{12}=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{16}=0{,}625$ (da 9 von 12 nicht weiß sind) oder: $\frac{5}{12}\cdot\frac{5}{12}+\frac{5}{12}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{12}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{9}{16}$, d.h. 62,5% Wahrscheinlichkeit
2. In einer Urne sind 6 schwarze, 4 rote und 12 weiße Kugeln. Es wird zweimal gezogen, die gezogenen Kugeln werden **nicht** wieder zurückgelegt. a. Zeichnen Sie ein Baumdiagramm! b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal eine rote Kugel gezogen wird?	a.  b. $\frac{2}{11}\cdot\frac{3}{21}=\frac{2}{77}\approx 0{,}0259$, d.h. 2,6% Wahrscheinlichkeit

c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zuerst eine schwarze und dann eine weiße Kugel gezogen werden? d. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt eine schwarze und eine weiße Kugel gezogen werden? e. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleiche Kugeln gezogen werden?	c. $\frac{3}{11} \cdot \frac{12}{21} = \frac{12}{77} \approx 0{,}15584$, d.h. 15,58% Wahrscheinlichkeit d. $\frac{3}{11} \cdot \frac{12}{21} + \frac{6}{11} \cdot \frac{6}{21} = \frac{24}{77} \approx 0{,}311688$, d.h. 31,17% Wahrscheinlichkeit e. $\frac{6}{11} \cdot \frac{11}{21} + \frac{3}{11} \cdot \frac{5}{21} + \frac{2}{11} \cdot \frac{3}{21} = \frac{29}{77} \approx 0{,}37662$, d.h. 37,66% Wahrscheinlichkeit
3. Man fängt an einem Badestrand an der Nordsee mit einer Wahrscheinlichkeit von 30% Wasserpokémons. Insgesamt werden drei Pokémons gefangen. a. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man drei Wasserpokémons fängt? b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man kein Wasserpokémon fängt? c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mindestens zwei Wasserpokémons fängt? d. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man höchstens zwei Wasserpokémons fängt?	a. $0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}027$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 2,7%. b. $0{,}7^3 = 0{,}343$, d.h. 34,3% c. $3 \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7 + 0{,}3^3 = 0{,}216$, d.h. 21,6% d. $1 - p(3 \text{ Wasserpokémons}) = 1 - 0{,}3^3 = 1 - 0{,}027 = 0{,}973$, d.h. 97,3%
4. Auf dem Jahrmarkt gibt es eine Losbude. Es befinden sich 50 Gewinne und 450 Nieten in der Schale. Unter den 50 Gewinnen befinden sich 3 Hauptgewinne. a. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Gewinnlose hintereinander gezogen werden? b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Nieten gezogen werden? c. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei dreimaligem Ziehen kein Hauptgewinn gezogen wird?	a. $\frac{50}{500} \cdot \frac{49}{499} = \frac{49}{4990} \approx 0{,}0098$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 0,98%. b. $\frac{450}{500} \cdot \frac{449}{499} = \frac{4041}{4990} \approx 0{,}81$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 81%. c. $\frac{497}{500} \cdot \frac{496}{499} \cdot \frac{495}{498} = \frac{1016862}{1035425} \approx 0{,}98$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 98%.

5. Gegeben ist ein Glücksrad mit den Farben Gelb, Blau, Hellgrün und Dunkelgrün. Es ist so konstruiert, dass es nicht an den Zwischenrändern stoppt. a. Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis, dass die Farbe Blau bei zweimaligem Drehen zweimal erscheint? b. Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis, dass bei zweimaligem Drehen die Farben Gelb und Hellgrün gewählt werden? c. Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis, dass bei dreimaligem Drehen mindestens einmal Gelb erscheint? d. Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis, dass bei dreimaligem Drehen mindestens einmal Dunkelgrün und genau einmal Blau erscheinen?	p(gelb) = 0,4 p(blau) = 0,3 p(hellgrün) = 0,1 p(dunkelgrün) = 0,2 a. $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 9%. b. $0{,}4 \cdot 0{,}1 + 0{,}1 \cdot 0{,}4 = 0{,}08$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 8%. c. einmal Gelb hat die Wahrscheinlichkeit: $P(G=1) = 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6$ G = Anzahle der gelben Treffer; $P(G) = P(G=1) + P(G=2) + P(G=3)$ $= 3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6 + 3 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}784$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 78,4%. d. $3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}126$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 12,6%.
6. Ein Surfladen liefert Surfbretter der Marken „Paradise“ und „Honolulu“ aus. 30% der ausgelieferten Bretter sind von der Marke „Paradise“; 2% dieser Bretter haben eine fehlerhafte Lackierung. 70% der Surfbretter sind von der der Marke „Honolulu“, 3% dieser Bretter haben ebenfalls eine fehlerhafte Lackierung. a. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ein fehlerhaftes Brett zu erwerben? b. Im 2. Surfladen werden an einem Tag 14 Surfbretter der Marke „Paradise“ verkauft. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Brett fehlerhaft ist? Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Brett fehlerhaft ist? 	a. $\frac{30}{100} \cdot \frac{20}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{3}{100} = \frac{6}{1000} + \frac{21}{1000} = \frac{27}{1000} = 0{,}027$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt 2,7%. b. A = genau ein Brett ist fehlerhaft $P(A) = 14 \cdot 0{,}98^{13} \cdot 0{,}02 \approx 0{,}215$ Die Wahrscheinlichkeit, genau ein fehlerhaftes Brett zu erwerben, liegt bei 21,5%. B = kein Brett ist fehlerhaft => $P(B) = 0{,}98^{14}$ C = mindestens ein Brett ist fehlerhaft $P(C) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}98^{14} \approx 0{,}25$ Die Wahrscheinlichkeit, mindestens ein fehlerhaftes Brett zu erwerben, liegt bei 25%.