

Lösung zu den Übungen zur Lage von Geraden und Ebenen in Koordinatenform

1. E: $13x_1 - 10x_2 - 22x_3 = -42$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$13 \cdot (6 - 2t) - 10 \cdot (4 - 3t) - 22 \cdot (2 - 2t) = -42$$

$$78 - 26t - 40 + 30t - 44 + 44t = -42 \Leftrightarrow 48t - 6 = -42 \Leftrightarrow t = -\frac{36}{48} = -\frac{3}{4}$$

Einsetzen in $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - \frac{3}{4} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 6,25 \\ 3,5 \end{pmatrix}$ **g durchstößt E in D (7,5/6,25/3,5).**

2. E: $x_2 - 3x_3 = 12$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$(4 - 6t) - 3 \cdot (2 - 2t) = 12 \Leftrightarrow 4 - 6t - 6 + 6t = 12 \Leftrightarrow -2 = 12 \quad \text{f} \quad \text{g und E sind parallel}$$

3. E: $x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$

$$(5 + t) - 2 \cdot (10 + 4t) + (13 + 9t) = -4$$

$$5 + t - 20 - 8t + 13 + 9t = -4 \Leftrightarrow 2t - 2 = -4 \Leftrightarrow t = -1$$

Das Einsetzen in g ergibt: **g schneidet E in D (4/6/4)**

4. E: $-23x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix}$

$$-23 \cdot (4 - 4t) + 2 \cdot (6 + 10t) + 3 \cdot (10 + 8t) = 18$$

$$-92 + 92t + 12 + 20t + 30 + 24t = 18 \Leftrightarrow -50 + 136t = 18 \Leftrightarrow t = 0,5$$

Das Einsetzen in g ergibt: **g schneidet E in D (2/11/14)**

5. E: $-19x_1 + 7x_2 - 11x_3 = -37$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$-19 \cdot (8 - 2t) + 7 \cdot (-3 - 4t) - 11 \cdot (-4 + 3t) = -37$$

$$-152 + 38t - 21 - 28t + 44 - 33t = -37 \Leftrightarrow -129 - 23t = -37 \Leftrightarrow -23t = 92 \Leftrightarrow t = -4$$

Das Einsetzen in g ergibt: **g schneidet in D (16/13/-16)**

6. E: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 28$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \\ -11 \end{pmatrix}$

$$(3 - 3t) - 2 \cdot (-7 - 7t) + (11 - 11t) = 28$$

$$3 - 3t + 14 + 14t + 11 - 11t = 28 \Leftrightarrow 28 = 28 \quad \text{Die Gerade g liegt in der Ebene.}$$