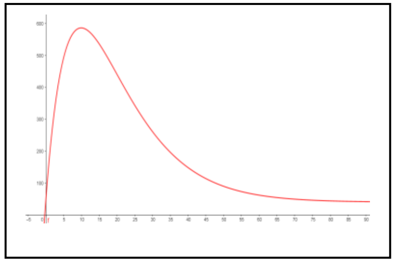
Lösungen zu den Textaufgaben zu e-Funktionen mit Ableitungen 2



Die Funktion f(x) = (20x+1) · $e^{-0,1x+2} + 40$ modelliert das Wachstum eines Bakteriums, x in Monaten.

Aufgabe	Frage	Berechnung
a. Es wird nach einem bestimmten x-Wert gefragt.	Wie viele Bakterien gibt es nach 3 Monaten?	f(3) = 373,911 Nach 3 Monaten sind ca. 373 Bakterien vorhanden.
b. Es wird nach den Nullstellen gefragt.	Wann sind keine Bakterien mehr vorhanden?	f(x) = 0 ⇔ x ≈ $-0,31$ Es werden immer Bakterien vorhanden sein.
c. Es wird nach einem bestimmten y-Wert gefragt. (Lösung nur mit TR)	Wann sind 100 Bakterien vorhanden?	f(x) = 100 ⇔ x ≈ 0.37 v x ≈ 47,67 Nach ca. 0,37 und 47,67 Monaten sind 100 Bakterien vorhanden.
d. Es wird nach dem Schnittpunkt mit der y-Achse gefragt.	Wie viele Bakterien sind zu Beginn vorhanden?	f(0) ≈ 47,39 Zu Beginn sind ca. 47 Bakterien vorhanden.
e. Es wird nach dem Extremum gefragt.	Wann sind die meisten Bakterien vorhanden? Berechnen Sie, wie viele es dann sind!	f'(x) = (20x + 1) · $(-0,1)$ · $e^{-0,1x+2}$ + 20 · $e^{-0,1x+2}$ = $(-2x + 19,9)$ · $e^{-0,1x+2}$ f''(x) = (0,2x $-3,99$) · $e^{-0,1x+2}$ f'(x) = 0 ⇔ x = 9,95 f''(9,95) ≈ $-5,46 < 0$ => HP f(9,95) ≈ 586,4 (Ränder: f(0) < f(9,95); rechts s. limes) Nach 9,95 Monaten sind die meisten Bakterien vorhanden.

f. Es wird dem Wendepunkt gefragt.	Wann fällt die Anzahl der Bakterien am meisten?	f‘‘(x) = 0 ⬄ x = 19,95 f‘‘‘(x) = (0,02x + 0,199) $\cdot e^{-0,1x+2}$ f‘‘‘(19,95) ≈ 0,6 > 0 => minimale Steigung Nach 19,95 Monaten sinkt die Anzahl der Bakterien am meisten.
g. Es wird nach der mittleren Änderungsrate gefragt.	Wie stark steigt die Anzahl der Bakterien durchschnittlich zwischen dem 5. und dem 8. Monat?	$\frac{f(8)-f(5)}{8-5} \approx \frac{574{,}54-492{,}65}{3} \approx$ 27,3 Zwischen dem 5. Und 8. Monat steigt sie durchschnittlich um ca. 27 pro Monat.
h. Es wird nach einer bestimmten Tangente gefragt.	Nach 20 Monaten wird die Anzahl der Bakterien durch eine lineare Funktion beschrieben. Wann sind die Bakterien vollständig verschwunden?	f(20) = 441 und f‘(20) = −20,1 t(x) = −20,1x + b 441 = −20,1· 20 + b ⬄ b = 843 t(x) = −20,1x + 843 t(x) = 0 ⬄ x ≈ 41,9 Nach ca. 41,9 Monaten sind die Bakterien verschwunden.
i. Es wird nach dem limes gefragt.	Wie entwickelt sich die Anzahl der Bakterien auf lange Sicht?	$\lim_{x\to\infty}[\underbrace{(20x+1)\cdot e^{-0,1x+2}}_{0} + 40]$ = 40 Langfristig werden 40 Bakterien vorhanden sein.