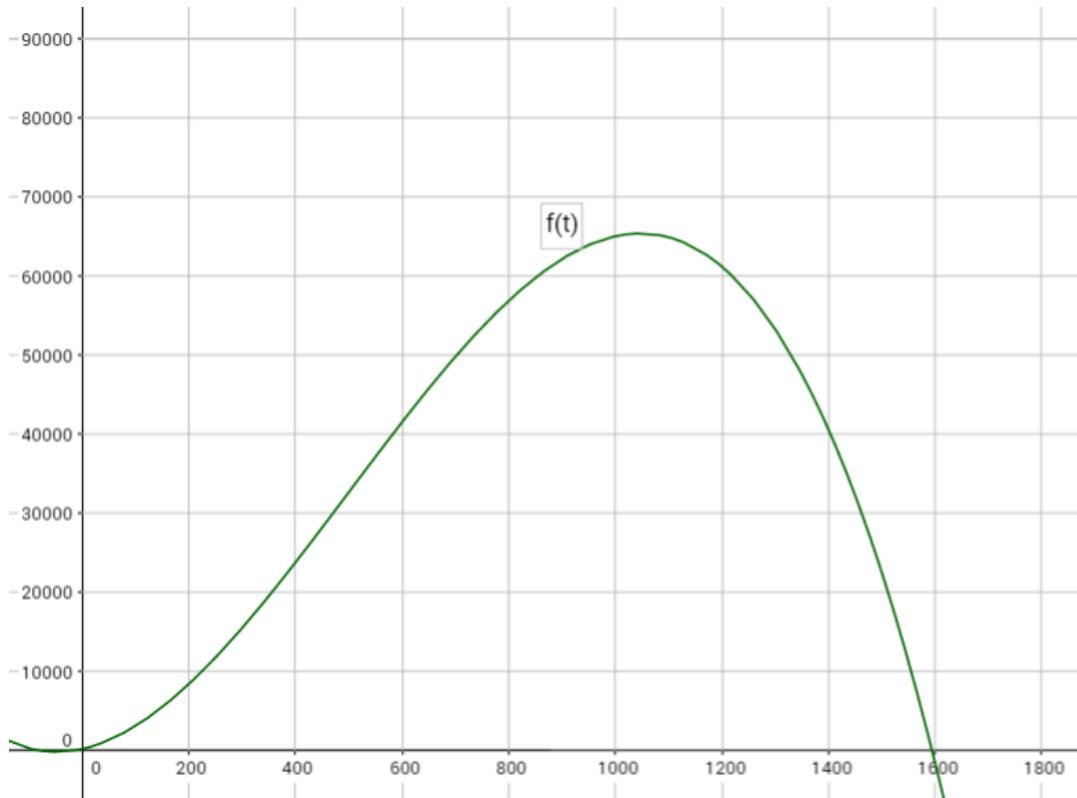


## Übung für das Abitur: Textaufgabe mit ganzrationalen Funktionen

Die Firma Meier bringt eine neue Schokoladensorte auf den Markt. Aus Erfahrung mit der Verkaufsentwicklung anderer, ähnlicher Produkte weiß man, dass die Funktion

$$f(t) = -0,0001t^3 + 0,15t^2 + 15t, \quad 0 \leq t \leq 1500,$$

die Verkaufsentwicklung gut beschreibt. ( $t$ : Zeit nach Verkaufsbeginn in Tagen,  $f(t)$ : verkaufte Stückzahl pro Tag)



- Wie viele Tafeln Schokolade verkauft die Firma nach 150 Tagen?
- An welchem Tag werden die meisten Schokoladen verkauft?
- Mit den Großhändlern ist vereinbart, dass der Lagerbestand erhöht wird, wenn die Zunahme der täglichen Verkaufszahlen am größten ist. Wann tritt dies ein?
- Berechnen Sie, wie viele Tafeln Schokolade in den ersten 800 Tagen durchschnittlich verkauft worden sind!

Lösung

$$a) \quad f(150) = -0,0001 \cdot 150^3 + 0,15 \cdot 150^2 + 15 \cdot 150 = 5287,5$$

**Es werden 5287 Tafeln Schokolade verkauft.**

$$b) \quad f'(t) = -0,0003t^2 + 0,3t + 15$$

$$f''(t) = -0,0006t + 0,3$$

notwendige Bedingung:  $f'(t) = 0$

$$\Leftrightarrow -0,0003t^2 + 0,3t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = -47,72 \vee t = 1047,72$$

ist nicht im gesuchten Bereich

notwendige und hinreichende Bedingung:  $f'(t) = 0$  und  $f''(t) < 0$

$$f''(1047,72) = -5,99 < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

$$f(1047,72) = 65363,4$$

[Untersuchung der Ränder:  $f(0) = 0$  und  $f(1500) = 22500 < 65363,4$ ]

**Die meisten Tafeln Schokolade werden am 1047. Tag verkauft.**

$$c) \quad f'''(t) = -0,0006t + 0,3$$

$$f''''(t) = -0,0006$$

notwendige Bedingung:  $f'''(t) = 0$

$$f'''(t) = -0,0006t + 0,3 = 0 \Leftrightarrow 0,0006t = 0,3 \Leftrightarrow t = 500$$

notwendige und hinreichende Bedingung:  $f'''(t) = 0$  und  $f''''(t) < 0$ :

$$f''''(500) = -0,0006 < 0 \Rightarrow \text{maximale Steigung}$$

[Untersuchung der Ränder:  $f'(500) = 90$ ;  $f'(0) = 15$ ;  $f'(1500) = -210$ ]

**Nach 500 Tagen ist die Zunahme der Verkaufszahlen am größten.**

$$d) \quad \frac{1}{800} \cdot \int_0^{800} f(t) dt = \frac{1}{800} \cdot [-0,000025t^4 + 0,05t^3 + 7,5t^2]_0^{800} \\ = \frac{1}{800} \cdot (20160000 - 0) = 25200$$

**In den ersten 800 Tagen werden im Schnitt 25.200 Tafeln Schokolade verkauft.**