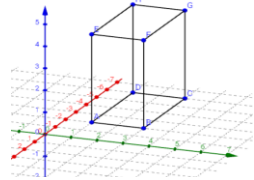
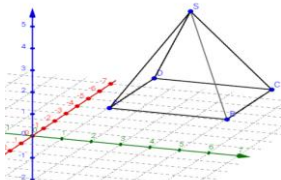


Lösungen zur Länge eines Vektors

<p>1. Berechnen Sie die Länge der folgenden Vektoren!</p> $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$ \vec{a} = \sqrt{2^2 + 5^2 + 6^2} = \sqrt{65} \approx \mathbf{8,06}$ $ \vec{b} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + (-1)^2} = \sqrt{26} \approx \mathbf{5,1}$ $ \vec{c} = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx \mathbf{4,24}$
<p>2. Berechnen Sie den Einheitsvektor (EV) und einen Vektor der gleichen Richtung, der die Länge 4 hat (V_4)!</p> $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$	$ \vec{a} = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{29} \quad \mathbf{EV: \frac{1}{\sqrt{29}} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad V_4: \frac{4}{\sqrt{29}} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}}$ $ \vec{b} = \sqrt{5^2 + (-2)^2 + (-7)^2} = \sqrt{78} \quad \mathbf{EV: \frac{1}{\sqrt{78}} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix} \quad V_4: \frac{4}{\sqrt{78}} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}}$ $ \vec{c} = \sqrt{1^2 + 0^2 + 7^2} = \sqrt{50} \quad \mathbf{EV: \frac{1}{\sqrt{50}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \quad V_4: \frac{4}{\sqrt{50}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}}$
<p>3. a. Berechnen Sie den Abstand zwischen den Punkten A (2/-3/5) und B(1/-5/6)!</p> <p>b. Geben Sie zwei Zahl für b_2 an, sodass A (2/-3/5) und B(1/b_2/6) den Abstand 5 haben!</p>	<p>a. $\overline{AB} = \left \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \right = \left \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \mathbf{\sqrt{6}}$</p> <p>b. $\overline{AB} = \left \begin{pmatrix} 1 \\ b_2 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \right = \left \begin{pmatrix} -1 \\ b_2 + 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right = \sqrt{(-1)^2 + (b_2 + 3)^2 + 1^2}$</p> <p>gegeben: $\overline{AB} = 5$</p> $\Leftrightarrow \sqrt{(-1)^2 + (b_2 + 3)^2 + 1^2} = 5$ $\Leftrightarrow 1 + (b_2 + 3)^2 + 1 = 25$ $\Leftrightarrow (b_2 + 3)^2 = 23 \Leftrightarrow b_2 + 3 = \pm\sqrt{23}$ $\Leftrightarrow b_2 + 3 = \sqrt{23} \vee b_2 + 3 = -\sqrt{23}$ $\Leftrightarrow \mathbf{b_2 = -3 + \sqrt{23} \approx 1,796 \vee b_2 = -3 - \sqrt{23} \approx -7,796}$

<p>4. Untersuchen Sie, ob das Dreieck ABC mit A(1/2/4), B(10/7/8) und C(6/12/17) gleichseitig oder gleichschenkelig ist!</p>	$ \vec{AB} = \left \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right = \left \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \right = \sqrt{9^2 + 5^2 + 4^2} = \sqrt{122}$ $ \vec{BC} = \left \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 17 \end{pmatrix} \right = \left \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ -9 \end{pmatrix} \right = \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-9)^2} = \sqrt{122}$ $ \vec{AC} = \left \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 17 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right = \left \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix} \right = \sqrt{5^2 + 10^2 + 13^2} = \sqrt{294}$ <p style="text-align: right;">Das Dreieck ist gleichschenkelig.</p>
<p>5. Berechnen Sie das Volumen des in der x_1/x_2-Ebene liegenden Quaders mit E(-2/1/4)!</p>	$ \vec{AB} = 2 \quad \vec{BC} = 4 \quad \vec{AE} = 4$ $V = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ <p>Das Volumen beträgt 32 Flächeneinheiten.</p> 
<p>6. Berechnen Sie das Volumen der Pyramide mit D(-8/1/0) und S(-6/4/4)!</p>	<p>A = (-4/1/0) C(-8/5/0)</p> $ \vec{AD} = 4; \quad \vec{DC} = 4; \quad \text{Höhe: } 4 \text{ (kann man alles ablesen)}$ $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (4 \cdot 4) \cdot 4 = \frac{64}{3}$ <p>Das Volumen beträgt 21,33 Flächeneinheiten.</p> 
<p>7. Gegeben ist der Quader mit A(3/4/6), B(7/8/8), C(11/6/4) und D(7/2/2), E(5/0/10), F(9/4/12), G(13/2/8) und H(9/-2/6). Berechnen Sie das Volumen!</p>	$\left \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} \right = \sqrt{36} = 6$ $ \vec{AB} = \left \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6$ $ \vec{AE} = \left \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \right = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 4^2} = \sqrt{36} = 6$ $V = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ <p>Das Volumen beträgt 216 Flächeneinheiten.</p> 