

Einführung in die Steckbriefaufgaben



Eine Funktion dritten Grades hat im Punkt P $(-4/-214)$ ein Minimum und im Punkt Q $(-5/-210)$ einen Wendepunkt. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung!

1. Aufstellen der Gleichungen:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$P(-4/-214) \text{ einsetzen: } a \cdot (-4)^3 + b \cdot (-4)^2 + c \cdot (-4) + d = -214$$

$$\Leftrightarrow -64a + 16b - 4c + d = -214$$

$$\text{Minimum: } f'(-4) = 0 \Leftrightarrow 3a \cdot (-4)^2 + 2b \cdot (-4) + c = 0$$

$$\Leftrightarrow 48a - 8b + c = 0$$

$$Q(-5/-210) \text{ einsetzen: } a \cdot (-5)^3 + b \cdot (-5)^2 + c \cdot (-5) + d = -210$$

$$\Leftrightarrow -125a + 25b - 5c + d = -210$$

$$\text{Wendepunkt: } f''(-5) = 0 \Leftrightarrow 6a \cdot (-5) + 2b = 0$$

$$\Leftrightarrow -30a + 2b = 0$$

2. Aufstellen und Berechnen des linearen Gleichungssystems:

$$\begin{cases} -64a + 16b - 4c + d = -214 \\ 48a - 8b + c = 0 \\ -125a + 25b - 5c + d = -210 \\ -30a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = 2, b = 30, c = 144, d = 10$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 + 30x^2 + 144x + 10$$

$$\text{solve} \begin{cases} -64 \cdot a + 16 \cdot b - 4 \cdot c + d = -214 \\ 48 \cdot a - 8 \cdot b + c = 0 \\ -125 \cdot a + 25 \cdot b - 5 \cdot c + d = -210 \\ -30 \cdot a + 2 \cdot b = 0 \end{cases} \{a, b, c, d\}$$

$a=2$ and $b=30$ and $c=144$ and $d=10$