

Einführung in das Integrieren mit der linearen Substitution

Ist $g(x)$ eine lineare Funktion und $f(x)$ integrierbar in $[a; b]$, dann gilt:

$$\int_a^b f(g(x)) dx = \frac{1}{g'(x)} \cdot \int_{g(a)}^{g(b)} f(t) dt$$

Beispiel:

$$\int_1^3 (2 + 6x)^4 dx$$

$$f(x) = x^4 \quad g(x) = 2 + 6x$$

$$F(x) = \frac{1}{5} \cdot x^5 \quad g'(x) = 6$$

$$g(1) = 8 \quad \text{und} \quad g(3) = 20$$

$$\int_1^3 (2 + 6x)^4 dx$$

$$= \int_1^3 (g(x))^4 dx$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \int_8^{20} f(t) dt$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \int_8^{20} t^4 dt$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{1}{5} \cdot t^5 \right]_8^{20}$$

$$= \frac{1}{30} \cdot 20^5 - \frac{1}{30} \cdot 8^5$$

$$= 105574,4$$