

Übungen zu stochastischen Matrizen 2: Grenzmatrix, Fixvektor und Grenzverteilung

1. Bestimmen Sie, wenn möglich, die Grenzmatrix G!

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0,1 & 0,25 & 0,6 \\ 0,3 & 0,4 & 0,15 \\ 0,6 & 0,35 & 0,25 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 1 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$

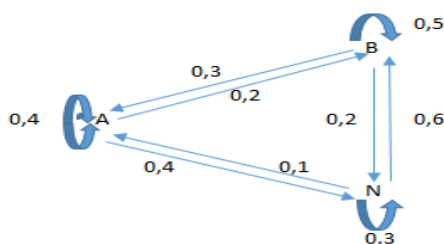
2. In einer Kleinstadt gibt es zwei Fitnessstudios. Zum Jahresbeginn gehen 27% regelmäßig in das Fitnessstudio A, 12 % in das Fitnessstudio B und der Rest geht in gar kein Fitnessstudio. Alle Studios machen bei gleichbleibender Teilnehmerzahl Gewinne. Es wird angenommen, dass sich die Anzahl der Bewohner nicht verändert. Die folgende Übergangstabelle zeigt den Wechsel pro Jahr.

nach \ vor	A	B	N
A	0,45	0,2	0,1
B	0,35	0,55	0,2
N	0,2	0,25	0,7

- Untersuchen Sie um wieviel Prozent sich der Anteil der Trainierenden, die das Fitnessstudio B benutzen, nach 5 Jahren verändert hat!
- Untersuchen Sie, ausgehend von der Startverteilung die langfristige Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilung und entscheiden Sie begründet, ob es sich lohnt, in das Fitnessstudio B zu investieren!

3. Der Übergangsgraph gibt das Übergangsverhalten der Menschen pro Monat an, die zwischen den Telefonanbietern A, B und N wechseln. Die Anfangsverteilung der Telefonanbieter ist unbekannt.

Berechnen Sie manuell die Anfangsverteilung $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ so, dass sich die Verteilung nicht mehr verändert! (Das auftretende LGS kann mit dem TR berechnet werden!)



4. In einem Dorf gibt es zwei Bäckereien und einen Supermarkt. In der Bäckerei A kaufen 27,5% regelmäßig ein, in der Bäckerei B 40 % und 32,5% kaufen im Supermarkt. Die folgende Übergangstabelle zeigt die Wanderung der Kunden pro Jahr.

nach \ von	A	B	S
A	0,4	0,2	0,1
B	0,15	0,4	0,2
S	0,45	0,4	0,7

- a. Berechnen Sie, wie viel Prozent der Personen nach 3 Jahren im Supermarkt einkaufen!
 - b. Untersuchen Sie die langfristige Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilung und berechnen Sie den langfristigen Anteil der beiden Bäckereien an dem Brotverkauf!
5. In einer Stadt gibt es drei Clubs, in denen 40.000 Menschen regelmäßig feiern. Das monatliche Wechselverhalten wird durch die Übergangsmatrix

$$U = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,18 & 0,26 \\ 0,45 & 0,54 & 0,33 \\ 0,25 & 0,28 & 0,41 \end{pmatrix} \text{ beschrieben.}$$

Zu Beginn des Jahres feierten 15.000 im Club A, 20.000 im Club B und 5.000 im Club C.

- a. Berechnen Sie die Besucherzahl nach 4 Monaten!
- b. Untersuchen Sie, ob es eine stationäre Verteilung gibt!
- c. Wie lautet die Grenzmatrix G? Geben Sie an, was das Ergebnis in der zweiten Spalte/dritten Zeile im Sachzusammenhang angibt!