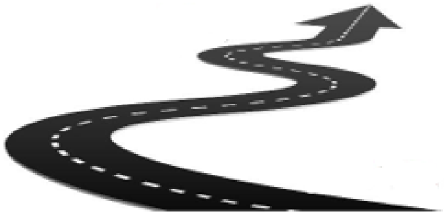
Anleitung zur Kurvendiskussion



1. **Definitionsbereich**:
   Man bestimmt den Definitionsbereich der Funktion, denn nur innerhalb dieses Bereiches ist es sinnvoll, Untersuchungen über die Eigenschaften der Funktion anzustellen.
   Allgemein gilt: D(f) = $\mathbb{R}$;

   Ausnahmen: Wurzelfunktionen (z.B. f(x) = $\sqrt{x}$, D(f) = $\mathbb{R}_0^+$) und gebrochen rationale Funktionen (z.B. f(x) = $\frac{1}{x}$, D(f) = $\mathbb{R}^{\neq 0}$)

2. **Symmetrie:**

   Man stellt fest, ob die Funktion achsen - oder punktsymmetrisch ist.
   Achsensymmetrisch zur y-Achse: $f(x) = f(-x)$
   Punktsymmetrisch zum Nullpunkt: $f(x) = -f(-x)$

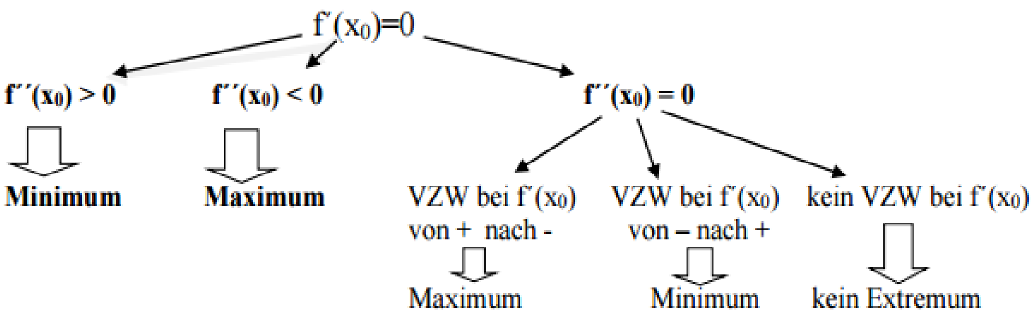
   (Speziell bei ganzrationalen Funktionen gilt: Achsensymmetrie, falls nur gerade Exponenten auftreten, Punktsymmetrie zu P(0/0), falls nur ungerade Exponenten und keine Zahl ohne x auftreten)

3. **Achsenschnittpunkte**:

   Schnittpunkt mit der y-Achse: f(0) bestimmen => P(0/f(0))
   Schnittpunkt mit der x-Achse: f(x) = 0 setzen und x_0 ausrechnen => $P(x_0/0)$

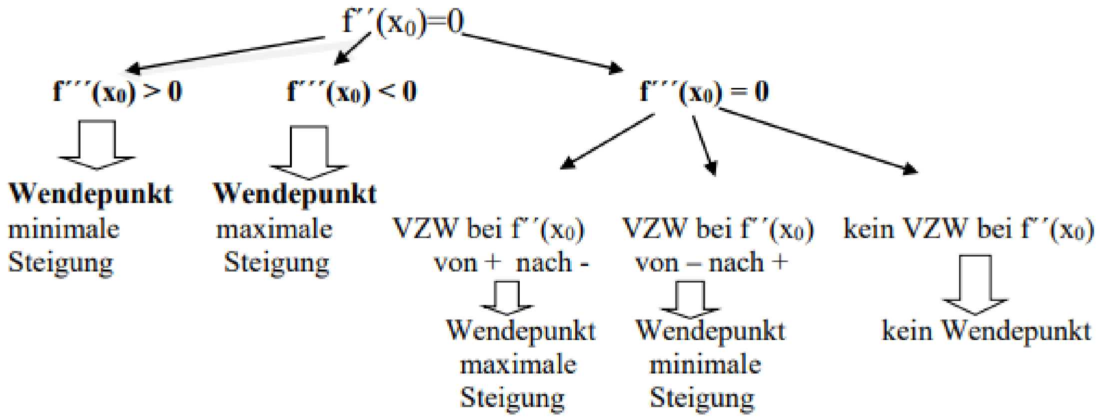
4. **Extrema**:

   Bestimmung der relativen Extrema (Maximum, Minimum):



5. Wendepunkte:

Im Wendepunkt ändert sich das Krümmungsverhalten des Graphen von f(x). Zudem ist der Wendepunkt der Punkt, in dem der Graph die minimalste bzw. maximalste Steigung hat.



Besonderheit: Ein Sattelpunkt ist ein Wendepunkt mit waagerechter Tangente.

6. Monotonie:

f ´(x) > 0 bedeutet, dass der Graph streng monoton steigend ist.
f ´(x) < 0 bedeutet, dass der Graph streng monoton fallend ist.

7. Krümmungsverhalten:

f ´´(x) > 0 bedeutet, dass der Graph linksgekrümmt ist.
f ´´(x) < 0 bedeutet, dass der Graph rechtsgekrümmt ist.

8. Randpunkte des Definitionsbereiches:

Wenn der Definitionsbereich nicht beschränkt ist, dann sind die beiden Grenzwerte zu bestimmen: $\lim_{x\to\infty} f(x)$ und $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

(bei ganzrationalen Funktionen gilt: die höchste Potenz bestimmt das Grenzverhalten.
Ist der höchste Exponent gerade und der Faktor davor positiv: von ∞ nach ∞
Ist der höchste Exponent gerade und der Faktor davor negativ: von $-\infty$ nach $-\infty$
Ist der höchste Exponent ungerade und der Faktor davor positiv: von $-\infty$ nach ∞
Ist der höchste Exponent ungerade und der Faktor davor negativ: von ∞ nach $-\infty$)