

Lösungen zu den Übungen zu Binomialverteilungen 1

Berechnung der Wahrscheinlichkeit $B(n;p,k)$ bei k Treffern

Formeln: $B_{n;p}(r) = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r}$ mit $\binom{n}{r} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ $F_{n;p}(r) = B_{n;p}(r) + B_{n;p}(r-1) + B_{n;p}(r-2) + \dots + B_{n;p}(0)$

Aufgabe	Lösung
<p>1. Eine Münze wird 8mal geworfen.</p> <p>a. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint 6mal das Wappen? Berechnen Sie den Term soweit wie möglich manuell!</p> <p>a. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint weniger als 2mal Wappen?</p> <p>b. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint mehr als 5mal das Wappen?</p>	<p>a. $B_{8;0,5}(6) = \binom{8}{6} \cdot 0,5^6 \cdot 0,5^2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6) \cdot (1 \cdot 2)} \cdot 0,5^8 = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} \cdot 0,5^8 = 28 \cdot 0,5^8 = 0,109375$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 10,937% erscheint 6mal das Wappen. ↗ TR</p> <p>b. $F_{8;0,5}(1) \approx 0,0352$ <code>binomCdf(8,0.5,0,1)</code> 0.035156 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 3,52% erscheint weniger als 2mal das Wappen.</p> <p>c. $n = 8; p = 0,5: P(X \geq 6) \approx 0,1445$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 14,45% erscheint mehr als 5mal das Wappen. <code>binomCdf(8,0.5,6,8)</code> 0.144531</p>
<p>2. Ein Multiple-Choice –Test in Mathematik besteht aus 40 Fragen. Zu jeder Frage gibt es 4 Antworten, von denen genau ein richtig ist. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler, der nicht gelernt hat, durch bloßes Raten 10 richtige Antworten ankreuzt?</p>	<p>$B_{40;0,25}(10) = \binom{40}{10} \cdot 0,25^{10} \cdot 0,75^{30} \approx 0,1444$ <code>binomPdf(40,0.25,10)</code> 0.144364 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 14,44% kreuzt man 10 Fragen durch bloßes Raten richtig an.</p>
<p>3. In einer Urne liegen 8 rote und 14 schwarze Kugeln. Die Kugeln werden nach jedem Ziehen wieder zurückgelegt.</p> <p>a. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 10maligem Ziehen 3mal Rot gezogen wird? Schreiben Sie den Term auf und berechnen Sie anschließend mit dem Taschenrechner!</p> <p>b. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 6maligem Ziehen höchstens 4mal Schwarz gezogen wird?</p>	<p>a. $B_{10;\frac{8}{22}}(3) = \binom{10}{3} \cdot \left(\frac{8}{22}\right)^3 \cdot \left(\frac{14}{22}\right)^7 \approx 0,2438$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 24,38% werden 3 rote Kugeln gezogen.</p> <p>b. $F_{6;\frac{14}{22}}(4) \approx 0,7059$ <code>binomCdf(6,\frac{14}{22},0,4)</code> 0.705899 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 70,59% werden höchstens 4 schwarze Kugeln gezogen.</p>

<p>4. Ein Losverkäufer verkauft Lose. 10% seiner Lose sind Gewinne.</p> <p>a. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 6maligem Ziehen 2 Gewinne gezogen werden?</p> <p>b. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 8maligem Ziehen höchstens 3 Nieten gezogen werden?</p>	<p>a. $B_{6;0,1}(2) = \binom{6}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^4 \approx 0,0984$ Man zieht mit einer Wahrscheinlichkeit von 9,84% zwei Gewinne.</p> <p>b. $F_{8;0,9}(3) \approx 0,000432$ Man zieht mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,043% höchstens 3 Nieten.</p>
<p>5. Etwa 80% der Deutschen beschäftigen ihre Haushaltshilfen schwarz.</p> <p>a. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Stichprobe des Amtes von 100 Haushalten genau 90 ihre Haushaltshilfe nicht angemeldet haben?</p> <p>b. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Stichprobe des Amtes von 100 Haushalten zwischen 90 und 95 ihre Haushaltshilfe nicht angemeldet haben?</p>	<p>a. $B_{100;0,8}(90) \approx 0,00336$ Man trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,3% genau 90 nicht angemeldete Haushaltshilfen an.</p> <p>b. $n = 100, p = 0,8: P(90 \leq X \leq 95) \approx 0,005692$ Man trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,56% zwischen 90 und 95 nicht angemeldete Haushaltshilfen an.</p>
<p>6. Eine Kopfschmerztablette wirkt in 85% aller Anwendungen.</p> <p>a. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 20 Patienten, die die Tablette nehmen, genau 3 sind, die keine Wirkung verspüren?</p> <p>b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 20 Patienten, die die Tablette nehmen, höchstens 3 sind, die keine Wirkung verspüren?</p>	<p>a. $B_{20;0,15}(3) \approx 0,2428$ Die Wahrscheinlichkeit, genau 3 Patienten anzutreffen, ist ungefähr 24,28%.</p> <p>b. $F_{20;0,15}(3) \approx 0,6477$ Die Wahrscheinlichkeit, höchstens 3 Patienten anzutreffen, ist ungefähr 64,77%.</p>