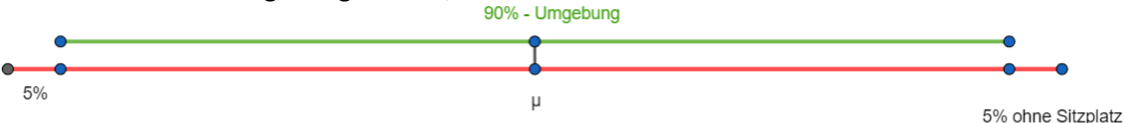


## Lösungen zu den Übungen zu Sigmaregeln

| Aufgabe   | Lösung   |
|---|--|
| 1. Mit einem Würfel wird 200mal gewürfelt. X sei die Anzahl der gewürfelten Einsen. Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 99,7% aller Werte von X liegen!  | <p>Erwartungswert: <math>\mu = 200 \cdot \frac{1}{6} = \frac{100}{3} = 33,3</math></p> <p>Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{200 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{250}{9}} \approx 5,27 &gt; 3</math></p> <p><math>[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma] = [33,33 - 3 \cdot 5,27; 33,33 + 3 \cdot 5,27] = [17,52; 49,14]</math></p> <p>Wenn ein Würfel 200mal geworfen wird, würfelt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7% zwischen 18 und 49 Einsen.</p>   |
| 2. Mit einem Würfel wird 200mal gewürfelt. X sei die Anzahl der gewürfelten geraden Zahlen. Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 68,3% aller Werte von X liegen!  | <p>Erwartungswert: <math>\mu = 200 \cdot \frac{3}{6} = 100</math></p> <p>Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{200 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6}} = \sqrt{50} \approx 7,07 &gt; 3</math></p> <p><math>[\mu - \sigma; \mu + \sigma] = [100 - 7,07; 100 + 7,07] = [92,93; 107,7]</math></p> <p>Wenn ein Würfel 200mal geworfen wird, würfelt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% zwischen 93 und 107 gerade Zahlen.</p>   |
| 3. In einer Urne liegen 20 rote und 15 grüne Kugeln. Es wird 100mal gezogen und die Kugeln werden wieder zurückgelegt. X sei die Anzahl der gezogenen grünen Kugeln. Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 95,4% aller Werte von X liegen.   | <p>Erwartungswert: <math>\mu = 100 \cdot \frac{15}{35} = \frac{300}{7} = 42,86</math></p> <p>Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{100 \cdot \frac{15}{35} \cdot \frac{20}{35}} = \sqrt{\frac{1200}{49}} \approx 4,95 &gt; 3</math></p> <p><math>[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma] = [42,86 - 2 \cdot 4,95; 42,86 + 2 \cdot 4,95] = [32,96; 52,76]</math></p> <p>Wenn 100mal eine Kugel gezogen wird, zieht man mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,5% zwischen 33 und 52 grüne Kugeln.</p>   |
| <p>4. Eine Fabrik liefert Surfbretter aus. Erfahrungsgemäß sind 2% aller Surfbretter fehlerhaft.</p> <p>a. Wie viele fehlerhafte Surfbretter sind bei einer Lieferung von 1000 Surfbrettern zu erwarten?</p> <p>b. Ein Händler möchte im Mittel mindestens 1500 fehlerfreie Surfbretter bestellen. Wie viele Surfbretter sollte er bestellen?</p> <p>c. In welchem Intervall liegt die Anzahl der fehlerhaften Surfbretter mit 99% Sicherheit, wenn 800 Surfbretter geliefert werden?</p> | <p>a. <math>1000 \cdot 0,02 = 20</math><br/>Es sind 20 fehlerhafte Bretter zu erwarten.</p> <p>b. <math>n \cdot 0,98 = 1500 \Leftrightarrow n = \frac{1500}{0,98} \approx 1530,61</math><br/>Er müsste mindestens 1531 Surfbretter bestellen.</p> <p>c. Erwartungswert: <math>\mu = 800 \cdot 0,02 = 16</math><br/>Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{800 \cdot 0,02 \cdot 0,98} = \sqrt{15,68} \approx 3,96 &gt; 3</math><br/><math>[\mu - 2,58 \cdot \sigma; \mu + 2,58 \cdot \sigma] \approx [16 - 10,217; 16 + 10,217] = [5,783; 26,217]</math><br/>Mit einer Sicherheit von 99% werden zwischen 6 und 26 fehlerhafte Surfbretter ausgeliefert.</p> |

|  |  |
|--|--|
| <p>5. Der A380 verfügt über 555 Sitzplätze. Eine Fluggesellschaft hat 600 Plätze verkauft, da man eine Stornierungsrate von 10% erwarten kann.</p> <p>a. Wie viele Plätze müssten zur Verfügung stehen, damit nur 5% der Passagiere keinen Platz bekommen?</p> <p>b. Wie viele Plätze müssten zur Verfügung stehen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% alle Passagiere einen Platz bekommen?</p> | <p>X: Anzahl der tatsächlich eincheckenden Passagiere<br/> Erwartungswert: <math>\mu = 600 \cdot 0,9 = 540</math><br/> Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{600 \cdot 0,9 \cdot 0,1} = \sqrt{54} \approx 7,348 &gt; 3</math></p> <p>a. Man muss die 90%-Umgebung wählen, da nur die rechte Seite interessiert:</p>  <p><math>[\mu - 1,64 \cdot \sigma; \mu + 1,64 \cdot \sigma] \approx [540 - 112,051; 540 + 12,051] = [527,949; 552,05]</math><br/> <b>Es müssten 553 Plätze zur Verfügung stehen.</b></p> <p>b. <math>[\mu - 2,58 \cdot \sigma; \mu + 2,58 \cdot \sigma] \approx [540 - 18,96; 540 + 18,96] = [521,04; 558,96]</math><br/> <b>Es müssten ca. 559 Plätze zur Verfügung stehen, wenn man eine 99%-Wahrscheinlichkeit haben möchte, dies würde man mit 555 Sitzplätzen nicht erreichen.</b></p> |
| <p>6. Ein Losverkäufer verkauft Lose. Er behauptet, dass 30% aller Lose einen Gewinn beinhaltet. Eine Familie kauft 50 Lose, um diese Aussage zu testen. Darunter sind 7 Gewinne. Überprüfen Sie die Aussage des Verkäufers mit der <math>2\sigma</math>-Regel!</p>  | <p>X: Anzahl der Gewinne<br/> Erwartungswert: <math>\mu = 50 \cdot 0,3 = 15</math><br/> Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{50 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = \sqrt{10,5} \approx 3,24 &gt; 3</math><br/> Im <math>2\sigma</math>-Intervall <math>[8,52; 21,48]</math> liegen ca. 95,5% der Werte.<br/> Das Testergebnis von 7 Gewinnen liegt nicht in diesem Intervall, sondern es ist kleiner.<br/> <b>Die Werbung ist wahrscheinlich falsch, es gibt wahrscheinlich eine geringere Gewinnchance. (Nach den Sigmaregeln ist die Wahrscheinlichkeit kleiner als 2,3%.)</b></p>  |
| <p>7. 28% der Deutschen über 65 Jahre besitzen ein Smartphone. X sei die Anzahl der Senioren, denen ein Smartphone gehört. Auf einer Veranstaltung sind 2000 Senioren zugegen. 600 Senioren behaupten, dass ein Smartphone besitzen. Bewerten Sie anhand der <math>2\sigma</math>-Regel, ob diese Aussage glaubhaft ist!</p>   | <p>Erwartungswert: <math>\mu = 2000 \cdot 0,28 = 560</math><br/> Standardabweichung <math>\sigma = \sqrt{2000 \cdot 0,28 \cdot 0,72} = \sqrt{403,2} \approx 20,08 &gt; 3</math><br/> <math>2\sigma</math>-Intervall: <math>[560 - 39,357; 560 + 39,357] = [520,633; 599,357]</math><br/> <b>Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,5% haben zwischen 520 und 600 Senioren auf dieser Veranstaltung ein Handy. Die Behauptung, dass 600 Senioren ein Handy besitzen, ist sehr wahrscheinlich.</b></p>  |