Lösung zur Lagebeziehung zweier Geraden

1. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h! Geben Sie wenn möglich die Koordinaten des Schnittpunktes an!

a. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\-8\\6\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren sind linear abhängig, d.h. die Geraden sind parallel oder identisch.
Punktprobe: (z. B.) Liegt $P(2/3/1)$ auf h?

$\begin{pmatrix}2\\3\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\end{pmatrix} /-\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} = +s\cdot\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} s=0\\ s=0{,}25\\ s=\frac{1}{3}\end{array}$ d.h. P liegt nicht auf h

=> **die Geraden sind parallel**

b. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\4\\11\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\1{,}5\\2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2\\6\\2\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-4\\-5\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}5\\4\\11\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\1{,}5\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\6\\2\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-4\\-5\end{pmatrix} /-\begin{pmatrix}2\\6\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}3\\-2\\9\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\1{,}5\\2\end{pmatrix} = s\cdot\begin{pmatrix}-3\\-4\\-5\end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3+r=-3s\\ -2+1{,}5r=-4s\\ 9+2r=-5s\end{array}\right| \begin{array}{c} I\cdot(-2)\\ II\\ III\end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} -6-2r=6s\\ -2+1{,}5r=-4s\\ 9+2r=-5s\end{array}\right| \begin{array}{c} I\\ II\\ III\end{array}$

$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3=s\\ -2+1{,}5r=-4\cdot 3\\ 9+2r=-5s\end{array}\right| \begin{array}{c} I+III\\ II\\ III\end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3=s\\ r=-\frac{20}{3}\\ 9+2r=-5s\end{array}\right| \begin{array}{c} I+III\\ II\\ III\end{array}$

Überprüfen in III: $9+2\cdot\frac{-20}{3} = -5\cdot 3 \Leftrightarrow \frac{-13}{3} = -15$ ist offensichtlich falsch

⇨ **die Geraden sind windschief**

c. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}7\\-5\\6\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}7\\-5\\6\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix} /-\begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}8\\-7\\1\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix} = s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 8+2r=3s\\ -7+r=-4s\\ 1-r=s\end{array}\right| \begin{array}{c} I\\ II\\ III\end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 8+2r=3s\\ -7+r=-4s\\ -6=-3s\end{array}\right| \begin{array}{c} I\\ II\\ III+II\end{array}$

$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 8+2r=3s\\ -7+r=-4\cdot 2\\ 2=s\end{array}\right| \begin{array}{c} I\\ II\\ III\end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 8+2r=3s\\ r=-1\\ 2=s\end{array}\right| \begin{array}{c} I\\ II\\ III\end{array}$ Überprüfen in I: $8+2\cdot(-1) = 3\cdot 2 \Leftrightarrow 6 = 6$

=> **die Geraden schneiden sich**

Berechnung des Schnittpunktes: $\vec{s} = \begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\-6\\7\end{pmatrix}$ **S(5/-6/7)**

d. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-2\\-1\\3\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-5\\-1\\10\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}8\\4\\-12\end{pmatrix}$

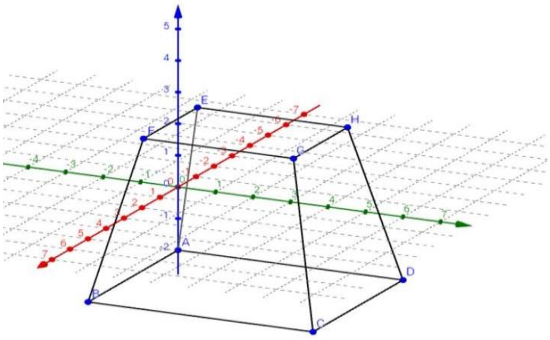
Die Richtungsvektoren sind linear abhängig, d.h. die Geraden sind parallel oder identisch.

Punktprobe: (z. B.) Liegt $P(1/2/3)$ auf h?

$\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-5\\-1\\10\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}8\\4\\-12\end{pmatrix} / - \begin{pmatrix}-5\\-1\\10\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}6\\3\\-9\end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix}8\\4\\-12\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix}s = 0{,}75\\s = 0{,}75\\s = 0{,}75\end{matrix}$ d.h. P liegt auf h

⇨ **die Geraden sind identisch**

2. Gegeben sind die Punkte eines regelmäßigen Pyramidenstumpfs: A(0/0/-2), B(5/0/-2), C(5/6/-2) und E(1/1/3), G(4/5/3), H(1/5/3). Die Gerade f geht durch die Punkte B und H, die Gerade g durch die Punkte C und E und die Gerade h durch die Punkte $M_{\overline{BC}}$ und $M_{\overline{EH}}$! Untersuchen Sie, ob sich die Geraden f, g und h jeweils schneiden und berechnen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt!



f: $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix}$ und **g:** $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\6\\-2\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix}$

$M_{\overline{BC}}$: $0{,}5\,(\vec{b} + \vec{c}) = \begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$ also $M_{\overline{BC}} = (5/3/-2)$

$M_{\overline{EH}}$: $0{,}5\,(\vec{e} + \vec{h}) = \begin{pmatrix}1\\3\\3\end{pmatrix}$, *also ist* $M_{\overline{EH}} = (1/3/3)$ d.h. **h:** $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}4\\0\\-5\end{pmatrix}$

f und g:

$$\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\6\\-2\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix} / - \begin{pmatrix}5\\6\\-2\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}0\\-6\\0\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{matrix}4r = 4s\\-6-5r = 5s\\-5r = -5s\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix} \Leftrightarrow \left|\begin{matrix}r = s\\-6-5s = 5s\\r = s\end{matrix}\right|\begin{matrix}I:4\\I\ in\ II\\III\end{matrix} \Leftrightarrow \left|\begin{matrix}r = s\\s = -0{,}6\\r = -0{,}6\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}$$

Einsetzen in f: $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix} - 0{,}6 \cdot \begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2{,}6\\3\\1\end{pmatrix}$ **=> f schneidet g in S(2,6/3/1)**

f und h:

$$\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}4\\0\\-5\end{pmatrix}/-\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}0\\-3\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix}=t\cdot\begin{pmatrix}4\\0\\-5\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}4r=4t\\-3-5r=0\\-5r=-5t\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}r=t\\r=-\frac{3}{5}\\r=t\end{matrix}\right|\begin{matrix}I:4\\II\\III:(-5)\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}r=t\\r=-\frac{3}{5}\\t=-\frac{3}{5}\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\II\ in\ III\end{matrix}$$

Schnittpunkt: $\vec{s}=\begin{pmatrix}5\\0\\-2\end{pmatrix}+(-\frac{3}{5})\cdot\begin{pmatrix}4\\-5\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{13}{5}\\3\\1\end{pmatrix}$

⇨ **f und g schneiden sich in S($\frac{13}{5}$/3/1)**

g und h:

$$\begin{pmatrix}5\\6\\-2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}4\\0\\-5\end{pmatrix}/-\begin{pmatrix}5\\3\\-2\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix}=t\cdot\begin{pmatrix}4\\0\\-5\end{pmatrix}$$

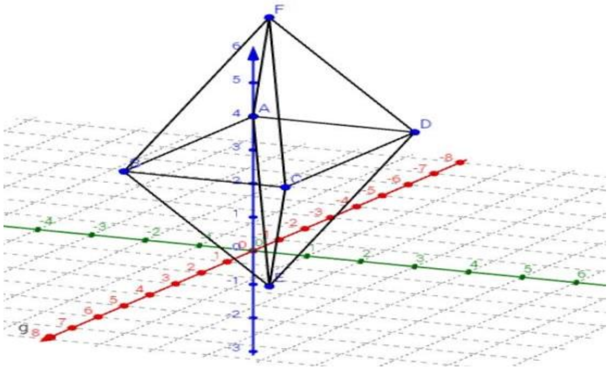
$$\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}4s=4t\\3+5s=0\\-5s=-5t\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}s=t\\r=-\frac{3}{5}\\-s=-t\end{matrix}\right|\begin{matrix}I:4\\II\\III\end{matrix}$$

Einsetzen in III: $-\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(-\frac{3}{5}\right)$, das ist richtig.

$$\begin{pmatrix}5\\6\\-2\end{pmatrix}-(\frac{3}{5})\cdot\begin{pmatrix}4\\5\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{13}{5}\\3\\1\end{pmatrix}$$

⇨ **g und h schneiden sich in S($\frac{13}{5}$/3/1)**

3. Gegeben sind die Punkte eines Polyeders: A(0/0/4), B(5/0/4), C(5/3/4), D(0/3/4), E(2,5/1,5/0) und F(2,5/1,5/8). Die Gerade f geht durch die Punkte B und $M_{\overrightarrow{DF}}$, die Gerade g durch die Punkte C und $M_{\overrightarrow{BE}}$ und die Gerade h durch die Punkte E und F!
   Untersuchen Sie, ob sich die Geraden f, g und h jeweils schneiden und berechnen Sie den Schnittpunkt!



$M_{\overrightarrow{DF}}$ = (1,25/2,25/6) und $M_{\overrightarrow{BE}}$ = (3,75/0,75/2)

f: $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\0\\4\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3{,}75\\-2{,}25\\-2\end{pmatrix}$ und g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}5\\3\\4\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}1{,}25\\2{,}25\\2\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\-8\end{pmatrix}$

<u>f und g</u>:

$$\begin{pmatrix}5\\0\\4\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3{,}75\\-2{,}25\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\3\\4\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}1{,}25\\2{,}25\\2\end{pmatrix} / - \begin{pmatrix}5\\3\\4\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}0\\-3\\0\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3{,}75\\-2{,}25\\-2\end{pmatrix} = s \cdot \begin{pmatrix}1{,}25\\2{,}25\\2\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3{,}75r = 1{,}25s \\ -3-2{,}25r = 2{,}25s \\ -2r = 2s \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ II \\ III \end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3r = s \\ -3-2{,}25r = 2{,}25s \\ -r = s \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ II \\ II:2 \end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3r = s \\ -3-2{,}25r = 2{,}25 \cdot (-r) \\ -r = s \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ III \text{ in } II \\ II \end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 3r = s \\ -3 = 0 \\ -r = s \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ II \text{ -> falsch!} \\ II \end{array}$$

ihre Richtungsvektorensind linear unabhängig

⇨ **f und g sind windschief**

<u>f und h</u>:

$$\begin{pmatrix}5\\0\\4\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3{,}75\\-2{,}25\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix} / - \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}2{,}5\\-1{,}5\\4\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3{,}75\\-2{,}25\\-2\end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} 2{,}5+3{,}75r = 0 \\ -1{,}5-2{,}25r = 0 \\ 4-2r = 8s \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ II \\ III \end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} r = -\frac{2}{3} \\ -1{,}5-2{,}25r = 0 \\ 4-2 \cdot (-\frac{2}{3}) = 8t \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ II \\ I \text{ in } II \end{array} \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} r = -\frac{2}{3} \\ -1{,}5-2{,}25r = 0 \\ \frac{2}{3} = t \end{array}\right| \begin{array}{c} I \\ II \\ I \text{ in } II \end{array}$$

Überprüfen in II: $-1{,}5 - 2{,}25 \cdot (-\frac{2}{3}) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$,

$$\begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\\frac{16}{3}\end{pmatrix}$$

⇨ **f und h schneiden sich in S(2,5/1,5/$\frac{16}{3}$)**

<u>**g und h**</u>:

$$\begin{pmatrix}5\\3\\4\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}1{,}25\\2{,}25\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix} / - \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\4\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}1{,}25\\2{,}25\\2\end{pmatrix} = t \cdot \begin{pmatrix}0\\0\\8\end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{matrix}2{,}5 + 1{,}25r = 0\\1{,}5 - 2{,}25r = 0\\4 - 2r = 8t\end{matrix} \right| \begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix} \Leftrightarrow \left| \begin{matrix}r = -1{,}5\\-1{,}5 - 2{,}25r = 0\\4 - 2 \cdot (-1{,}5) = 8t\end{matrix} \right| \begin{matrix}I\\II\\I\ in\ II\end{matrix} \Leftrightarrow \left| \begin{matrix}r = -1{,}5\\r = -\frac{2}{3}\\\frac{7}{8} = s\end{matrix} \right| \begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}$$ -> das ist ein Widerspruch

ihre Richtungsvektoren sind linear unabhängig

⇨ **f und h sind windschief**

4. Prüfen Sie, ob die Geraden g und h sich im rechten Winkel schneiden!

a. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\-3\\17\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}-5\\0\\-10\end{pmatrix}$

Die Richtungsvektoren müssen orthogonal sein, d.h. das Skalarprodukt dieser Vektoren ist 0!

Überprüfung: $2 \cdot (-5) + 1 \cdot 0 + (-1) \cdot (-10) = 0 \surd$

⇨ **Die Geraden sind orthogonal.**

b. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}-5\\2\\4\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}16\\25\\36\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}-6\\-33\\-12\end{pmatrix}$

Überprüfung: $3 \cdot (-6) + (-2) \cdot (-33) + 4 \cdot (-12) = 0 \surd$

⇨ **Die Geraden sind orthogonal.**

c. g: $\vec{x} = \begin{pmatrix}3\\-5\\2\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-2\\2\\6\end{pmatrix}$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix}4\\-2\\3\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}2\\10\\6\end{pmatrix}$

Überprüfung: $(-2) \cdot 2 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 6 = 52 \neq 0$

⇨ **Die Geraden sind nicht orthogonal.**

5. Aufgaben zu Geradenscharen:

a. Gegeben sind die Geraden g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-5\\8\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-3\\-5\\7\end{pmatrix}$ und h_a: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}a\\3\\-4\end{pmatrix}$

Bestimmen Sie a$\epsilon\mathbb{R}$ so, dass sich die Geraden schneiden!

$$\begin{pmatrix}1\\-5\\8\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-3\\-5\\7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}a\\3\\-4\end{pmatrix}/-\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix}2\\-4\\6\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-3\\-5\\7\end{pmatrix}=s\cdot\begin{pmatrix}a\\3\\-4\end{pmatrix}$, man muss zuerst die letzten beiden Gleichungen(ohne a) ausrechnen

$$\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}2-3r=a\cdot s\\-4-5r=3s\\6+7r=-4s\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}2-3r=a\cdot s\\-16-20r=12s\\18+21r=-12s\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\cdot 4\\III\cdot 3\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}2-3r=a\cdot s\\2+r=0\\18+21r=-12s\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II+III\\III\end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}2-3r=a\cdot s\\r=-2\\18+21\cdot(-2)=-12s\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\II\text{ in }III\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}2-3r=a\cdot s\\r=-2\\s=2\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}$$ Einsetzen in I: $2-3\cdot(-2)=a\cdot 2$ => a = 4

Für a = 4 schneiden sich die Geraden.

b. Gegeben sind die Geraden g_a: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\0\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\a\end{pmatrix}$ und h_b: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\6\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\b\\-1\end{pmatrix}$

Bestimmen Sie a, $b\epsilon\mathbb{R}$ so, dass die Gerade g die Gerade h im Punkt S(3/-4/5) schneidet!

$$\begin{pmatrix}5\\0\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-4\\5\end{pmatrix}\quad\Rightarrow\left|\begin{matrix}5+r=3\\2r=-4\\3+a\cdot r=5\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}r=-2\\r=-2\\3+a\cdot(-2)=5\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\Rightarrow \boldsymbol{a=-1}\end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix}-1\\-2\\6\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4\\b\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-4\\5\end{pmatrix}\quad\Rightarrow\left|\begin{matrix}-1+4s=3\\-2+b=-4\\6-s=5\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}\Leftrightarrow\left|\begin{matrix}s=1\\b=-2\\s=1\end{matrix}\right|\begin{matrix}I\\II\\III\end{matrix}$$

Für a = −1 und b = −2 schneiden sich die Geraden.