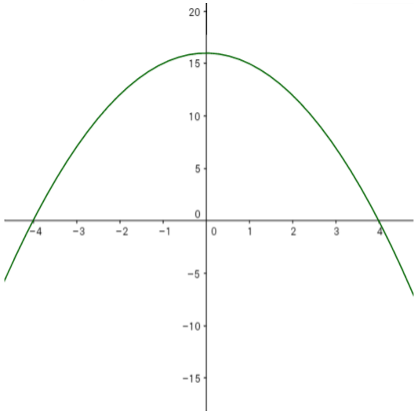
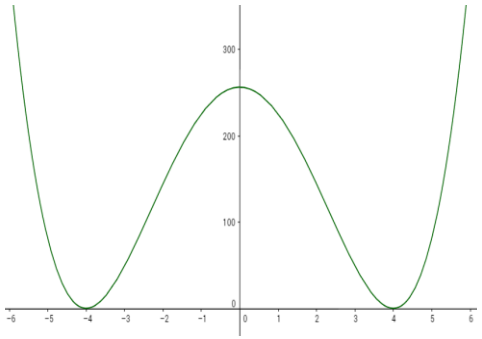
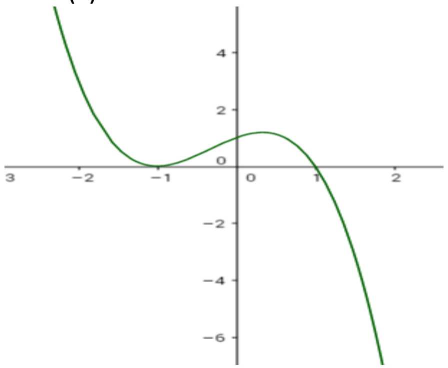
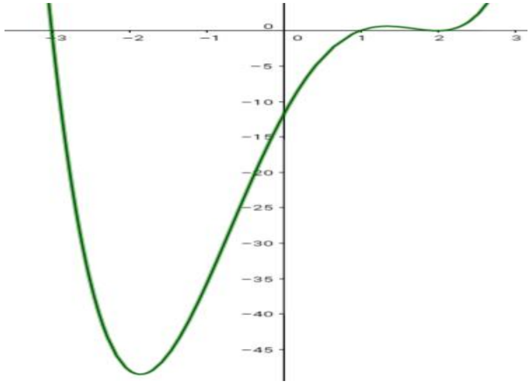
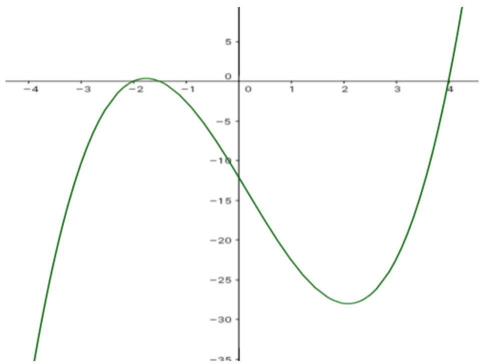
Lösung zur Übung von Flächen zwischen f(x) und der x-Achse

Aufgabe	Rechenweg	Lösung
a. f(x) = $-x^2 + 16$ 	Nullstellen: $-x^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = -4$ v $x = 4$ Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist (alternativ: Betragsstriche bei jedem Integral setzen) f(0) = 16 > 0 $\int_{-4}^{4} f(x)dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 16x\right]_{-4}^{4} = \frac{128}{3} - (-\frac{128}{3}) = \frac{256}{3} = 85,\overline{3}$	$\frac{256}{3} = 85,\overline{3}$ FE
b. f(x) = $x^4 - 32x^2 + 256$ 	Nullstellen: $x^4 - 32x^2 + 256 = 0 \Leftrightarrow x = -4$ v $x = 4$ (Substitution) Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist (alternativ: Betragsstriche bei jedem Integral setzen) f(0) = 256 > 0 $\int_{-4}^{4} f(x)dx = \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{32}{3}x^3 + 256x\right]_{-4}^{4} = \frac{8192}{15} - (-\frac{8192}{15}) = \frac{16384}{15} = 1092,27$	1092,27 FE

c. $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$ 	Nullstellen: $-x^3 - x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$ Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist (alternativ: Betragsstriche bei jedem Integral setzen) $f(0) = 1 > 0$ $\int_{-1}^{1} f(x)dx = \left[-\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x\right]_{-1}^{1} = \frac{11}{12} - \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{16}{12} = 1,\overline{3}$	$\frac{16}{12} = 1,\overline{3}$ FE
d. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12$ 	Nullstellen: $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1 \vee x = 2$ Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist (alternativ: Betragsstriche bei jedem Integral setzen) $[-3;1]$: $f(0) = -12 < 0$ $[1;2]$: $f(1,5) = 0,5625 > 0$ $\left\|\int_{-3}^{1} f(x)dx\right\| + \int_{1}^{2} f(x)dx$ $= \left\|\left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + 10x^2 - 12x\right]_{-3}^{1}\right\| + \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + 10x^2 - 12x\right]_{1}^{2}$ $= \|-104,5\overline{3}\| + 0,3\overline{6} = 104,5\overline{3} + 0,3\overline{6} = 104,9$	104,9 FE

<table>
<tr>
<td>

e. $f(x) = x^3 - 0{,}5x^2 - 11x - 12$



</td>
<td>

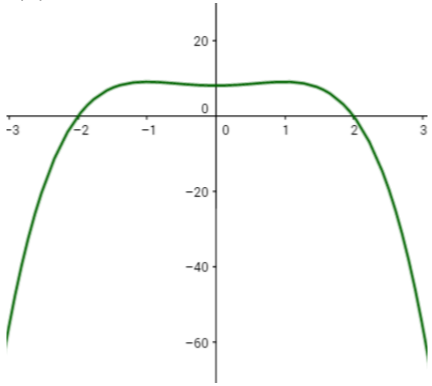
Nullstellen:
$x^3 - 0{,}5x^2 - 11x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -1{,}5 \vee x = 4$

Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist
Alternativ setze ich Betragsstriche bei jedem Integral:

$\left|\int_{-2}^{-1,5} f(x)dx\right| + \left|\int_{-1,5}^{4} f(x)dx\right|$
$= \left|\left[-\frac{1}{4}x^4 - \frac{10}{6}x^3 + 5{,}5x^2 - 12x\right]_{-2}^{-1,5}\right| + \left|\left[-\frac{1}{4}x^4 - \frac{10}{6}x^3 + 5{,}5x^2 - 12x\right]_{-1,5}^{4}\right|$
$\approx |0{,}12| + |-90{,}12| = 90{,}24$

</td>
<td>90,24 FE</td>
</tr>
<tr>
<td>

f. $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 8$



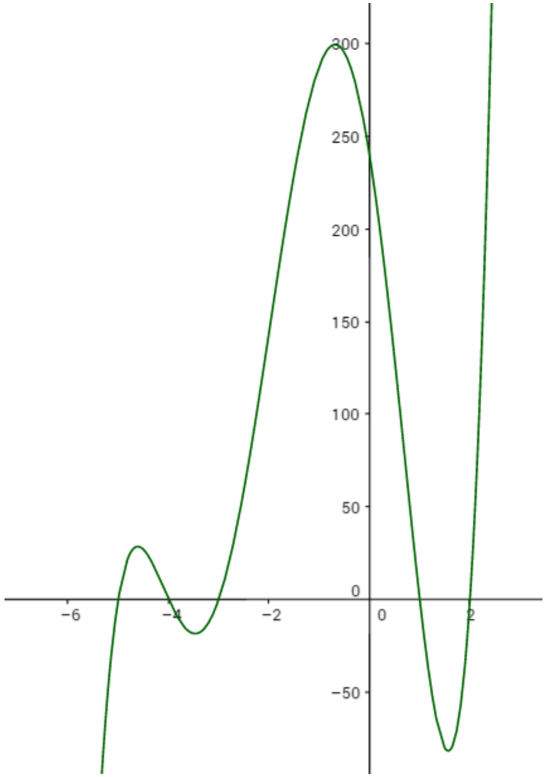
</td>
<td>

Nullstellen:
$-x^4 + 2x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist
(alternativ: Betragsstriche bei jedem Integral setzen)
$f(0) = 8 > 0$

$\int_{-2}^{2} f(x)dx = \left[-\frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 8x\right]_{-2}^{2} = \frac{224}{15} - (-\frac{224}{15}) = \frac{448}{15} = 29{,}8\overline{6}$

</td>
<td>$29{,}8\overline{6}$ FE</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>g. $f(x) = 2x^5 + 18x^4 + 26x^3 - 114x^2 - 172x + 240$
</td>
<td>Nullstellen:
$2x^5 + 18x^4 + 26x^3 - 114x^2 - 172x + 240 = 0 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = -4 \vee x = -3 \vee x = 1 \vee x = 2$

Überprüfung, ob f(x) in dem Intervall positiv oder negativ ist:
Alternativ setze ich Betragsstriche beim Integral:

$\left|\int_{-5}^{-4} f(x)dx\right| + \left|\int_{-4}^{-3} f(x)dx\right| + \left|\int_{-3}^{1} f(x)dx\right| + \left|\int_{1}^{2} f(x)dx\right|$
$= \left|\left[\frac{1}{3}x^6 + \frac{18}{5}x^5 + \frac{13}{2}x^4 - 38x^3 - 86x^2 + 240x\right]_{-5}^{-4}\right| + \left|\left[\frac{1}{3}x^6 + \frac{18}{5}x^5 + \frac{13}{2}x^4 - 38x^3 - 86x^2 + 240x\right]_{-4}^{-3}\right| + \left|\left[\frac{1}{3}x^6 + \frac{18}{5}x^5 + \frac{13}{2}x^4 - 38x^3 - 86x^2 + 240x\right]_{-3}^{1}\right| + \left|\left[\frac{1}{3}x^6 + \frac{18}{5}x^5 + \frac{13}{2}x^4 - 38x^3 - 86x^2 + 240x\right]_{1}^{2}\right|$
$\approx |18{,}1| + |-12{,}2\overline{3}| + |699{,}7\overline{3}| + |-53{,}9| = 783{,}967$</td>
<td>783,967 FE</td>
</tr>
</table>