

Lösungen zu den Übungen zu bedingten Wahrscheinlichkeiten

1. In Deutschland rauchen laut einer Studie aus dem Jahr 2013 47% der Männer im Alter von 18 bis 29 Jahren und 40% der Frauen aus dieser Altersgruppe. In dieser Altersgruppe sind 49% der Personen männlich.
- Erstellen Sie die zugehörige Vierfeldtafel
 - Wieviel Prozent der Altersgruppe der 18- bis 29jährigen rauchen nicht?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Nichtraucher männlich?

	Männer	Frauen	
Raucher	$0,49 \cdot 0,47 =$ 0,23	$0,51 \cdot 0,4 =$ 0,204	0,434
Nichtraucher	$0,49 \cdot 0,53 =$ 0,26	$0,51 \cdot 0,6 =$ 0,306	0,566
	0,49	0,51	

b. $P = 0,566$, d.h. 56,6% der Bevölkerung rauchen nicht.

c. $P = \frac{0,26}{0,566} \approx 0,459$

2. Laut eines Politbarometers des ZDF vom Sommer 2016 würden 34% der Befragten die CDU und 23% die SPD wählen. 46% der befragten CDU-Wähler sind dagegen, dass die NATO zum Schutz der östlichen Mitgliedsländer ihre Truppen verstärkt, 50 % der SPD-Wähler sind dafür.
- Erstellen Sie die zugehörige Vierfeldtafel!
 - Wieviel Prozent der Wähler der großen Koalition ist für eine Truppenverstärkung?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Befürworter der Truppenverstärkung ein CDU-Wähler?

	CDU-Wähler	SPD-Wähler	
gegen eine Truppenverstärkung	$0,34 \cdot 0,46 =$ 0,1564	$0,23 \cdot 0,5 =$ 0,115	0,2714
für eine Truppenverstärkung	$0,34 \cdot 0,54 =$ 0,1836	$0,23 \cdot 0,5 =$ 0,115	0,2986
	0,34	0,23	

b. 29,86% der Wähler befürwortet eine Truppenverstärkung.

c. $P = \frac{0,1836}{0,2986} \approx 0,615$

3. In einer Klasse gibt es 13 Jungen und 12 Mädchen. 40% der Jungen und 55% der Mädchen haben Mathematik als Leistungskurs gewählt.
- Erstellen Sie die zugehörige Vierfeldtafel!
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird in der Klasse Mathematik als Leistungsfach gewählt?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um ein Mädchen, wenn jemand aus dem Mathe-LK ausgewählt wird?

	Jungen	Mädchen	
Mathe LK	$0,52 \cdot 0,4 =$ 0,208	$0,48 \cdot 0,55 =$ 0,264	0,472
kein Mathe LK	$0,52 \cdot 0,6 =$ 0,312	$0,48 \cdot 0,45 =$ 0,216	0,528
	$\frac{13}{25} = 0,52$	$\frac{12}{25} = 0,48$	

b. 47,2% der Klasse hat Mathe LK gewählt.

c. $P = \frac{0,264}{0,472} \approx 0,559$

4. In einer Jahrgangsstufe gibt es 46 Mädchen und 34 Jungen. 70% der Mädchen und 34% der Jungen haben eine Allergie.
- Erstellen Sie die zugehörige Vierfeldtafel!
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person ein Junge ist, wenn er eine Allergie hat?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person ein Allergiker ist, wenn er männlich ist?

	Mädchen	Jungen	
Allergie	$0,575 \cdot 0,7 =$ 0,4025	$0,425 \cdot 0,34 =$ 0,1445	0,547
keine Allergie	$0,575 \cdot 0,3 =$ 0,1725	$0,425 \cdot 0,68 =$ 0,289	0,4615
	$\frac{46}{80} = 0,575$	$\frac{34}{80} = 0,425$	

b. $P = \frac{0,1445}{0,547} \approx 0,264$

c. $P = \frac{0,1445}{0,425} = 0,34$

5. Eine Firma fertigt hochwertiger elektronischer Bauteile an 2 Standorten an, 40% werden in Land A und 60% im Land B produziert. Im Land A ist der Prozentteil der defekt zusammengebauten Teile $p\%$, im Land B ist der Prozentteil der defekt zusammengebauten Teile $q\%$.

- Erstellen Sie eine Vierfeldtafel!
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil defekt ist?
- Berechnen Sie den Anteil der defekten Bauteile, die im Land A produziert werden!
- Berechnen Sie den Anteil der korrekt zusammengebauten Teile, die im Land B produziert werden!

	Land A	Land B	
korrekt zusammengebaut	$0,4 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$	$0,6 \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right)$	$0,4 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) + 0,6 \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right)$ $= 1 - 0,4 \cdot \frac{p}{100} - 0,6 \cdot \frac{q}{100}$
defekt zusammengebaut	$0,4 \cdot \frac{p}{100}$	$0,6 \cdot \frac{q}{100}$	$0,4 \cdot \frac{p}{100} + 0,6 \cdot \frac{q}{100}$
	0,4	0,6	1

b. $0,4 \cdot \frac{p}{100} + 0,6 \cdot \frac{q}{100}$

c. $\frac{0,4 \cdot \frac{p}{100}}{0,4 \cdot \frac{p}{100} + 0,6 \cdot \frac{q}{100}}$

d. $\frac{0,6 \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right)}{1 - 0,4 \cdot \frac{p}{100} - 0,6 \cdot \frac{q}{100}}$