Lösungen zu den Übungen zu Tangenten 1

Aufgabe	Lösung
1. Stellen Sie die Gleichung der Tangenten an f im Punkt P auf! a. $f(x) = x^3$ P(2/8) b. $f(x) = -20x^4 + 30x$ P(1/10) c. $f(x) = -x^2 + 3x + 1$ P(−2/−9) d. $f(x) = 2x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 10$ P(−1/13)	a. $t(x) = mx + b$ $f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(2) = 12$ d.h. $m = 12$ und $t(x) = 12 \cdot x + b$ P einsetzen: $8 = 12 \cdot 2 + b \Leftrightarrow 8 = 24 + b \Leftrightarrow b = -16 \Rightarrow$ **$t(x) = 12x - 16$** b. $f'(x) = -80x^3 + 30 \Rightarrow f'(1) = -50$ d.h. $m = -50$ und $t(x) = -50 \cdot x + b$ P einsetzen: $10 = -50 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 60 \Rightarrow$ **$t(x) = -50x + 60$** c. $f'(x) = -2x + 3 \Rightarrow f'(-2) = 7$ d.h. $m = 7$ und $t(x) = 7 \cdot x + b$ P einsetzen: $-9 = 7 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow -9 = -14 + b \Leftrightarrow b = 5 \Rightarrow$ **$t(x) = 7x + 5$** d. $f'(x) = 10x^4 + 12x^3 + 4x \Rightarrow f'(-1) = -6$ d.h. $m = -6$ und $t(x) = -6 \cdot x + b$ P einsetzen: $13 = -6 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow 13 = 6 + b \Leftrightarrow b = 7 \Rightarrow$ **$t(x) = -6x + 7$**
2. Stellen Sie die Gleichung der Tangenten an f in x_0 auf! a. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 8x$ $x_0 = 3$ b. $f(x) = 2x^4 - 6x^2 + 2x - 5$ $x_0 = 0$ c. $f(x) = -x^6 + 2x^4 - 2x^2$ $x_0 = -2$	a. $f(3) = 30$ P(3/30) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 8$ $f'(3) = 37$ $t(x) = 37x + b$ Punkt P einsetzen: $30 = 37 \cdot 3 + b \Rightarrow b = -81 \Rightarrow$ **$t(x) = 37x - 81$** b. $f(0) = -5$ P(0/−5) $f'(x) = 8x^3 - 12x + 2$ $f'(0) = 2$ $t(x) = 2x + b$ Punkt P einsetzen: $-5 = 2 \cdot 0 + b \Rightarrow b = -5 \Rightarrow$ **$t(x) = 2x - 5$** c. $f(-2) = -40$ P(−2/−40) $f'(x) = -6x^5 + 8x^3 - 4x$ $f'(-2) = 136$ $t(x) = 136x + b$ Punkt P einsetzen: $-40 = 136 \cdot (-2) + b \Rightarrow b = 232 \Rightarrow$ **$t(x) = 136x + 232$**

3. Wo schneidet die Tangente an f im Punkt P die x-Achse? a. $f(x) = -x^2 + 5x + 3$ P(3/9) b. $f(x) = 2x^5 - 4x^3 + 6$ P(−1/0)	a. $t(x) = mx + b$ $f'(x) = -2x + 5 \Rightarrow f'(3) = -1$ d.h. $m = -1 \Rightarrow t(x) = -1 \cdot x + b$ $9 = -1 \cdot 3 + b \Leftrightarrow 9 = -3 + b \Leftrightarrow b = 12$ $t(x) = -x + 12 = 0 \Leftrightarrow$ **$x = 12$** b. $f'(x) = 10x^4 - 12x^2 \Rightarrow f'(-1) = -2$ d.h. $m = -2 \Rightarrow t(x) = -2 \cdot x + b$ $0 = -2 \cdot (-1) + b \Leftrightarrow b = -2$ $t(x) = -2x - 2 = 0 \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow$ **$x = -1$**
4. In welchem Punkt hat die Tangente an f(x) die gleiche Steigung wie g(x)? a. $f(x) = 4x^2 - 10x + 3$ $g(x) = 6x + 7$ b. $f(x) = -6x^3 + 4x^2 - 9$ $g(x) = -x + 15$ c. $f(x) = 6x^5 + 2x^3 - 6x + 12$ $g(x) = -12x + 20$	a. $f'(x) = 8x - 10$ und $m = 6$ also: $8x - 10 = 6 \Leftrightarrow 8x = 16 \Leftrightarrow x = 2$ $f(2) = -1$ **P(2/−1)** b. $f'(x) = -18x^2 + 8x$ und $m = -1$ also: $-18x^2 + 8x = -1$ $\Leftrightarrow -18x^2 + 8x + 1 = 0 \Leftrightarrow x \approx -0{,}1$ oder $x \approx 0{,}55$ $f(-0{,}1) = -8{,}954$ und $f(0{,}55) = -8{,}78825$ **P(−0,1/ −8,954) P(0,55/ −8,78825)** c. $f'(x) = 30x^4 + 6x^2 - 6$ und $m = -12$ also: $30x^4 + 6x^2 - 6 = -12$ $\Leftrightarrow 30x^4 + 6x^2 + 6 = 0$ keine Lösung **=> es gibt keine entsprechende Tangente**
5. Berechnen Sie die Zahl $r \in \mathbb{R}$ so, dass die Tangente an f(x) in x_0 die gleiche Steigung hat wie g(x)! a. $f(x) = 4x^2 + 3x - 7$ $g(x) = rx + 4$ $x_0 = 2$ b. $f_r(x) = rx^2 + 6x - 8$ $g(x) = -5x + 8$ $x_0 = -1$ c. $f_r(x) = -6x^3 + rx$ $g(x) = 2x + 4$ $x_0 = 5$	a. $f'(x) = 8x + 3 \Rightarrow f'(2) = 19 \Rightarrow$ **$r = 19$** b. $f_r'(x) = 2rx + 6 \Rightarrow f'(-1) = -2r + 6$ $-2r + 6 = -5 \Leftrightarrow -2r = -11 \Leftrightarrow$ **$r = 5{,}5$** c. $f_r'(x) = -18x^2 + r \Rightarrow f'(5) = -450 + r$ $-450 + r = 2 \Leftrightarrow$ **$r = 452$**