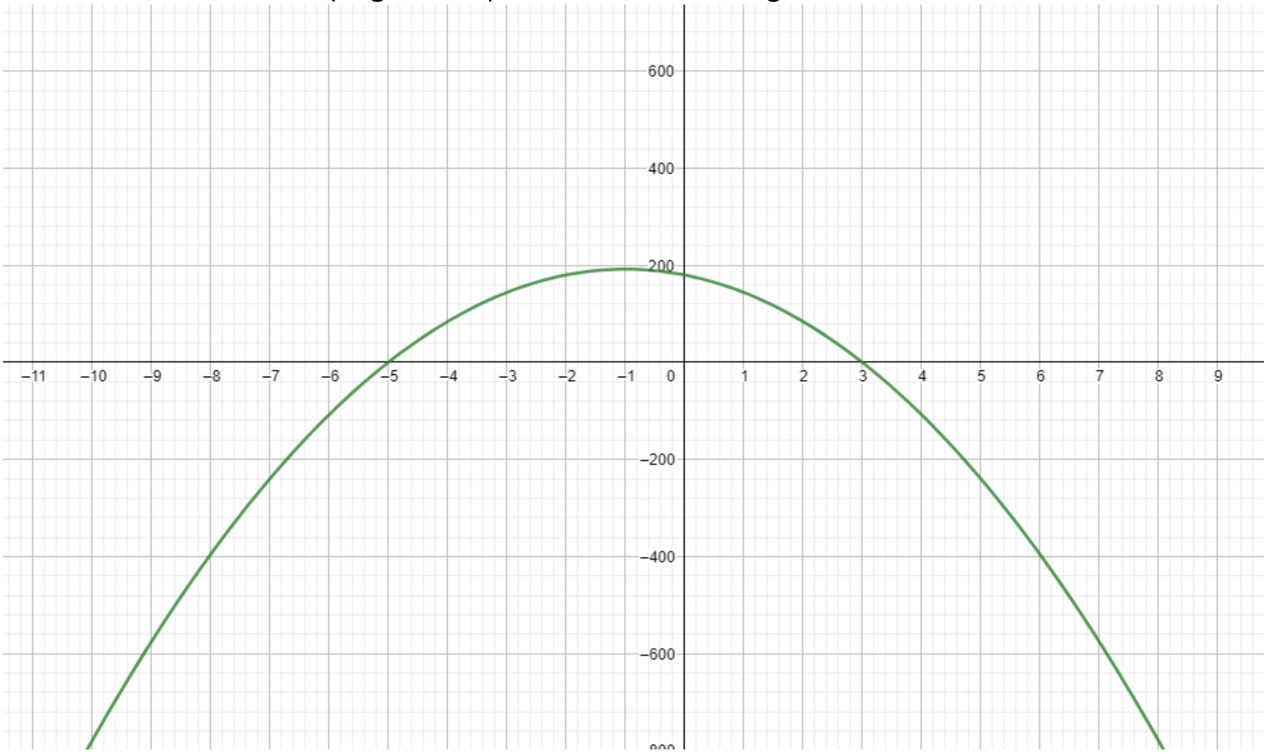
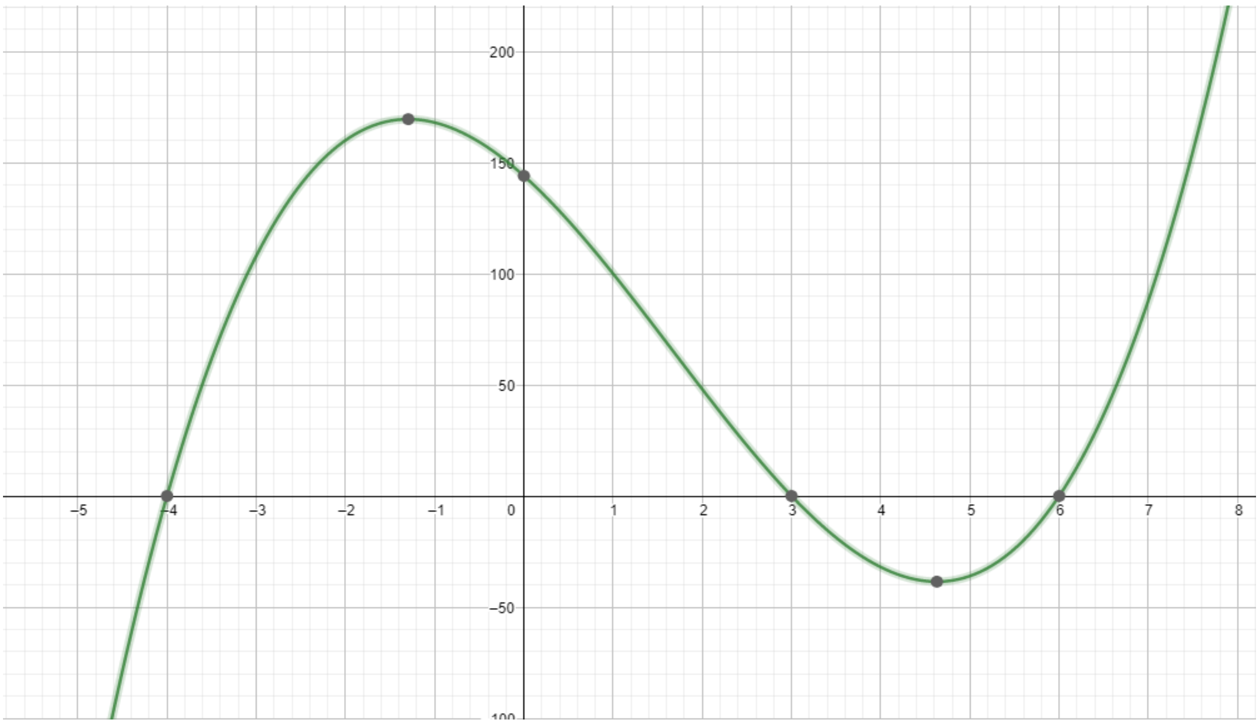
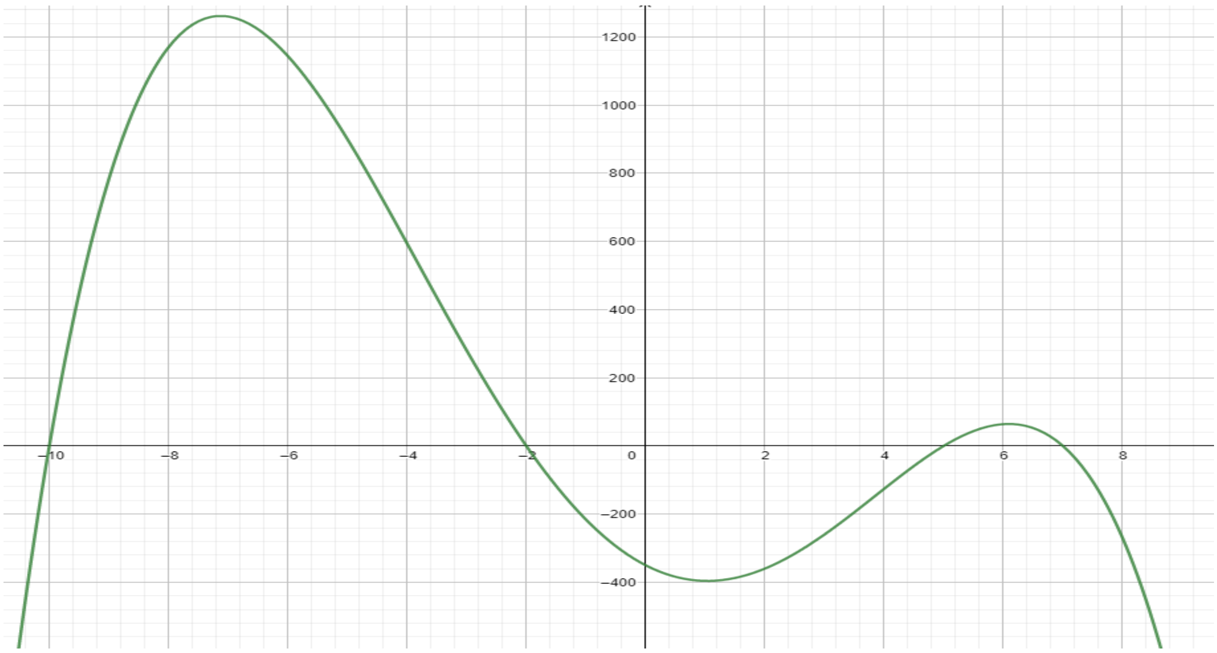
Übungsklausur Mathe Differentialrechnung (bis zu Extrema)

1. Zeichnen Sie den (ungefähren) Verlauf der Ableitungsfunktion!







2. Berechnen Sie näherungsweise die Ableitung von $f(x) = x^3 + 3x$ an der Stelle $x_0 = 2$ mithilfe des Differenzenquotienten für $h \rightarrow 0$!

3. a. Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Funktion $f(x) = 5x^4 + 4x^2 + 3x + 10$ im Intervall $[-4;6]$!
   b. Erklären Sie den Begriff der momentanen Änderungsrate und den Unterschied zwischen momentaner und mittlerer Änderungsrate!

4. Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung!

a. $f(x) = -6x^8 + 9x^4 - 3x^3 + 7x$
b. $f(x) = -7x^3 + 4x^2 + 6x + 8$
c. $f(x) = 12$
d. $f(t) = -4t^3 + 6tx + x^2$
e. $f(a) = 4x^2 + 4ax + a^3$

5. a. Untersuchen Sie $f(x) = -x^4 + 50x^2 - 4$ auf Extrema!
   b. Stellen Sie die Gleichung der Tangente an $f(x)$ im $x_0 = 2$ auf!

6. Nach der Einnahme einer Tablette verläuft die Konzentration f des Wirkstoffs gemäß der Funktion $f(x) = -x^3 + 9x^2 + 120x + 90$.
   (x: Zeit in Stunden seit der Einnahme; f: Konzentration im Blut in μg/l)

a. Wie hoch ist die Konzentration eine Stunde nach der Einnahme?
b. Berechnen Sie, wann der Patient 500 μg/l des Wirkstoffes im Blut hat!
c. Berechnen Sie, wie hoch die Maximalkonzentration ist und wann sie erreicht wird!
d. Nach 15 Stunden baut sich die Konzentration linear ab und kann durch die Funktion g(x) modelliert werden. Ermitteln Sie die Gleichung der Funktion g(x) und bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem laut der Modellfunktion kein Wirkstoff mehr im Blut des Patienten ist!