

Lösungen zu den einfachen Steckbriefaufgaben

Aufgabe	Lösung
<p>1. Gegeben ist eine quadratische Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$.</p> <p>a. Die Punkte $P(0/-4)$, $R(2/20)$ und $Q(-1/-7)$ liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b und c!</p> <p>b. Die Punkte $P(2/-8)$, $R(-3/-43)$ und $Q(4/-50)$ liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b und c!</p>	<p>a. $f(0) = -4 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -4 \Rightarrow c = -4 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx - 4$</p> $f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 4 = 20 \quad \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} 4a + 2b - 4 = 20 \\ a - b - 4 = -7 \end{array}$ $f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 4 = -7 \quad \nearrow$ <p>Lösen des LGS:</p> $\begin{array}{l} 4a + 2b = 24 \\ a - b = -3 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 4a + 2b = 24 \\ 2a - 2b = -6 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 4a + 2b = 24 \\ 6a = 18 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} 12 + 2b = 24 \\ a = 3 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} b = 6 \\ a = 3 \end{array}$ <p>$\Rightarrow f(x) = 3x^2 + 6x - 4$</p> <p>b. Einsetzen von P, R und Q ergibt:</p> $\begin{array}{l} 4a + 2b + c = -8 \\ 9a - 3b + c = -43 \\ 16a + 4b + c = -50 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ 9a - 3b + c = -43 \\ 16a + 4b + c = -50 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 12a + 2b = -42 \end{array}$ $\Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 12a + 2b = -42 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 30a + 5b = -105 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 35a = -140 \end{array}$ $\Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ a = -4 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} -4a - 2b - c = 8 \\ b = 3 \\ a = -4 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} c = 2 \\ b = 3 \\ a = -4 \end{array}$ <p>$\Rightarrow f(x) = -4x^2 + 3x + 2$</p>

<p>2. Eine zur y-Achse symmetrische Funktion vierten Grades $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ geht durch den Ursprung. Die Punkte $P(2/40)$ und $Q(-1/1)$ liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b, c, d und e!</p>	<p>Achsensymmetrie heißt: nur gerade Exponenten, d.h. $b = 0$ und $d = 0$ $\Rightarrow f(x) = ax^4 + cx^2 + e$</p> <p>$f$ geht durch den Ursprung, d.h. $e = 0 \Rightarrow f(x) = ax^4 + cx^2$</p> <p>Einsetzen von P und Q: $\left \begin{array}{l} 16a + 4b = 40 \\ a + b = 1 \end{array} \right \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} 16a + 4b = 40 \\ a = 1 - b \end{array} \right \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} 16(1 - b) + 4b = 40 \\ a = 1 - b \end{array} \right$ $\Leftrightarrow \left \begin{array}{l} 16 - 16b + 4b = 40 \\ a = 1 - b \end{array} \right \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} -12b = 24 \\ a = 1 - b \end{array} \right \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} b = -2 \\ a = 3 \end{array} \right \Rightarrow f(x) = 3x^4 - 2x^2$</p>
<p>3. Eine zum Ursprung punktsymmetrische Funktion fünften Grades geht durch die Punkte $P(1/3)$, $Q(-2/-48)$ und $R(3/417)$. Berechnen Sie die Funktionsvorschrift!</p>	<p>Punktsymmetrie heißt: nur ungerade Exponenten $\Rightarrow f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$</p> <p>Einsetzen von P, Q und R: $\left \begin{array}{l} a + b + c = 3 \\ -32a - 8b - 2c = -48 \\ 243a + 27b + 3c = 417 \end{array} \right \Leftrightarrow \left \begin{array}{l} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 4 \end{array} \right \text{ (TR)} \Rightarrow f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 4x$</p>
<p>4. Eine Funktion dritten Grades hat die Nullstellen $x_1 = -2$, $x_2 = 3$ und $x_3 = 5$ und geht durch den Punkt $P(2/36)$! Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift!</p>	<p>$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)$ P einsetzen: $36 = a \cdot 4 \cdot (-1) \cdot (-3) \Leftrightarrow 36 = 12a \Leftrightarrow a = 3$</p> <p>$\Rightarrow f(x) = 3 \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)$</p>
<p>5. Eine Funktion dritten Grades hat in $x_1 = -2$ eine doppelte Nullstelle und verläuft durch den Ursprung. Bestimmen Sie eine Funktionsvorschrift!</p>	<p>z.B. $f(x) = x \cdot (x + 2)^2$ oder $f(x) = 3x \cdot (x + 2)^2$ etc.</p>
<p>6. Eine Funktion vierten Grades hat nur die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 4$! Bestimmen Sie eine mögliche Funktionsvorschrift!</p>	<p>z.B. $f(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 4)^2$ oder $f(x) = (x + 1)^3 \cdot (x - 4)$ oder $f(x) = (x + 1) \cdot (x - 4)^3$ etc.</p>