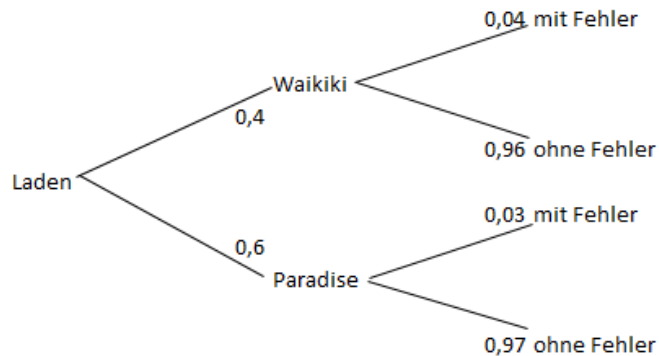


## Lösungen zu den zusammengesetzten Aufgaben zu Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Surfbrettshop verkauft zweierlei Surfbretter, die Marke „Waikiki“ und die Marke „Paradise“. Die Surfbretter Waikiki kosten im Einkauf 200€, die Paradise-Bretter 180€. Beide Surfbretter verkauft der Laden für 400€. 4% der Waikiki- und 3% der Paradise-Bretter sind fehlerhaft und können nur mit einem Abschlag von 75% verkauft werden. Der Laden verkauft 40% Waikiki- und 60% Paradise-Bretter.

- a. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein defektes Surfbrett von der Marke Paradise? Zeichnen Sie dazu ein Baumdiagramm und eine Vierfeldtafel!



	Waikiki	Paradise	
ohne Fehler	0,384	0,582	0,966
mit Fehler	0,016	0,018	0,034
	0,4	0,6	1

$$p = \frac{0,018}{0,034} \approx 0,5294$$

Die Wahrscheinlichkeit ist 52,94%.

- b. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein fehlerfreies Surfbrett von der Marke Waikiki?

$$p = \frac{0,384}{0,966} \approx 0,3975$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 39,75%

- c. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind bei einer Lieferung von 100 Waikiki-Surfbrettern höchstens 2 beschädigt?

$$F_{100;0,04}(2) \approx 0,2321$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 23,21%

<p>d. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 100 Waikiki-Brettern weniger als die erwartete Anzahl beschädigt ist!</p>	<p><math>\mu = 100 \cdot 0,04 = 4</math>  <math>F_{100;0,4}(3) \approx 0,4295</math>  Mit einer Wahrscheinlichkeit von 42,95% sind weniger Bretter als erwartet beschädigt.</p>								
<p>e. Bestimmen Sie, wie viele Waikiki-Bretter man mindestens ausliefern muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 92% mindestens ein beschädigtes Brett in der Lieferung enthalten ist!</p>	<p><math>1 - B_{n;0,04}(0) \geq 0,92 \Leftrightarrow B_{n;0,04}(0) \leq 0,08</math>  <math>\Leftrightarrow \binom{n}{0} \cdot 0,04^0 \cdot 0,96^n \leq 0,08 \Leftrightarrow 0,96^n \leq 0,08</math>  <math>\Leftrightarrow n \cdot \ln(0,96) \leq \ln(0,08) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,08)}{\ln(0,96)} \approx 61,87</math>  Man muss mindestens 62 Bretter liefern.</p>								
<p>f. Eine Surfschule bestellt 400 Paradise-Bretter. Wie viele Bretter sollte der Laden liefern, damit 400 unbeschädigte Bretter dabei sind?</p>	<p><math>n \cdot 0,97 = 400</math>  <math>\Leftrightarrow n = \frac{400}{0,97} \approx 412,37</math>  Der Laden sollte mindestens 413 Bretter liefern.</p>								
<p>g. Wie viele Surfbretter sind mit einer 68,3%igen Wahrscheinlichkeit bei 400 gelieferten Paradise-Brettern unbeschädigt?</p>	<p><math>\mu = 400 \cdot 0,97 = 388</math>  <math>\sigma = \sqrt{400 \cdot 0,97 \cdot 0,03} \approx 3,412</math>  <math>[\mu - \sigma; \mu + \sigma] = [384,58; 391,42]</math>  Es sind zwischen 385 und 391 Bretter unbeschädigt.</p>								
<p>h. Die Zufallsgröße X sei der Gewinn pro Brett. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Standardabweichung und deuten Sie diese im Textzusammenhang!</p>	<p>Waikiki: 200€ Gewinn      Paradise: 220€ Gewinn      75% von 400€ = 100€  Verlust bei Fehlern:      Waikiki: 200€ – 100€      Paradise: 180€ – 100€</p> <table border="1" data-bbox="943 1007 1368 1094"> <tr> <td>220</td> <td>200</td> <td>-100</td> <td>-80</td> </tr> <tr> <td>0,582</td> <td>0,384</td> <td>0,016</td> <td>0,018</td> </tr> </table> <p><math>E(X) = 220 \cdot 0,582 + 200 \cdot 0,384 + (-100) \cdot 0,016 + (-80) \cdot 0,018 = 201,8</math>  Im Schnitt macht der Laden 201,8€ Gewinn pro Brett.  <math>\sigma(X) =</math>  <math>\sqrt{(201,8 - 220)^2 \cdot 0,582 + (201,8 - 200)^2 \cdot 0,384 + (201,8 - (-100))^2 \cdot 0,016 + (201,8 - (-80))^2 \cdot 0,018}</math>  <math>= 55,5046</math>  Die Streuungen beim Gewinn liegen bei 55€.</p>	220	200	-100	-80	0,582	0,384	0,016	0,018
220	200	-100	-80						
0,582	0,384	0,016	0,018						

i. Der Laden möchte Surfbretter einer neuen Marke Honolulu einführen. Bei einer Lieferung von 300 Brettern sind 20 beschädigt. Mit wie viel Prozent geschädigter Ware der gesamten Produktion muss der Laden rechnen? (Sicherheitswahrscheinlichkeit 99%)

$$\begin{aligned}20 &= 300p \pm 2,58 \cdot \sqrt{300p(1-p)} \\ \Leftrightarrow 20 - 300p &= \pm 2,58 \cdot \sqrt{300p(1-p)} \\ \Leftrightarrow (20 - 300p)^2 &= 2,58^2 \cdot (300p - 300p^2) \\ \Leftrightarrow 400 - 12000p + 90000p^2 &= 1996,92p - 1996,92p^2 \\ \Leftrightarrow 91996,92p^2 - 13996,92 + 400 &= 0 \\ \Leftrightarrow p_1 \approx 0,038137 \vee p_2 \approx 0,114\end{aligned}$$

Der Laden muss mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% damit rechnen, zwischen 3,8 und 11,4% fehlerhafte Ware zu erhalten.