

## Lösungen zu den Textaufgaben zur Statistik- und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe	Rechnung	Ergebnis																
<p>1. Man schätzt, dass 12% der Bevölkerung Linkshänder sind. In einer Stadt in NRW spielen 4% der Linkshänder und 6 % der Rechtshänder Tennis.</p> <p>a. Zeichnen Sie eine Vierfeldtafel!</p> <p style="margin-left: 20px;">i. Ein Bewohner der Stadt, der kein Tennisspieler ist, bricht sich den Arm. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es ein Linkshänder?</p> <p style="margin-left: 20px;">ii. Ein Tennisspieler kauft einen neuen Füller. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss er einen für Rechtshänder kaufen?</p> <p>b. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 100 befragten Einwohnern</p> <p style="margin-left: 20px;">i. 20 Tennis spielen</p> <p style="margin-left: 20px;">ii. höchstens 10 Tennis spielen</p> <p style="margin-left: 20px;">iii. mindestens 80 Rechtshänder sind!</p> <p>c. Wie viele Einwohner muss man befragen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% mindestens einen Linkshänder zu finden?</p> <p>d. Es werden 100 Bewohner befragt. Geben Sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% an, in welchem Bereich die Anzahl der Linkshänder liegt!</p>	<p>a.</p> <table border="1" style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse; width: 80%;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Linkshänder</th> <th>Rechtshänder</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tennis</td> <td><math>0,12 \cdot 0,04 = 0,0048</math></td> <td><math>0,88 \cdot 0,06 = 0,0528</math></td> <td>0,0576</td> </tr> <tr> <td>kein Tennis</td> <td><math>0,12 \cdot 0,96 = 0,1152</math></td> <td><math>0,88 \cdot 0,94 = 0,8272</math></td> <td>0,9424</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,12</td> <td>0,88</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p style="margin-left: 20px;">i. <math>\frac{0,1152}{0,9424} \approx 0,1224</math></p> <p style="margin-left: 20px;">ii. <math>\frac{0,0528}{0,0576} \approx 0,9167</math></p> <p>b. i. <math>B_{100;0,0576}(20) \approx 0,000000752</math></p> <p style="margin-left: 20px;">ii. <math>F_{100;0,0576}(10) \approx 0,9708</math></p> <p style="margin-left: 20px;">iii. <math>F_{100;0,88}(X \geq 80) = 0,9927</math></p> <p>c. <math>1 - \binom{n}{0} \cdot 0,12^0 \cdot 0,88^n \geq 0,95</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow \binom{n}{0} \cdot 0,12^0 \cdot 0,88^n \leq 0,05</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow 0,88^n \leq 0,05</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow \ln(0,88^n) \leq \ln(0,05)</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow n \cdot \ln(0,88^n) \leq \ln(0,05)</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,05)}{\ln(0,88)} \approx 23,43</math></p> <p>d. <math>\mu = 100 \cdot 0,12 = 12</math>      <math>\sigma = \sqrt{100 \cdot 0,12 \cdot 0,88} \approx 3,2496 &gt; 3</math></p> <p style="margin-left: 20px;"><math>\mu - 1,96 \sigma \approx 5,63</math>      <math>\mu + 1,96 \sigma \approx 18,37</math></p>		Linkshänder	Rechtshänder		Tennis	$0,12 \cdot 0,04 = 0,0048$	$0,88 \cdot 0,06 = 0,0528$	0,0576	kein Tennis	$0,12 \cdot 0,96 = 0,1152$	$0,88 \cdot 0,94 = 0,8272$	0,9424		0,12	0,88	1	<p>a.</p> <p style="margin-left: 20px;">i. Er ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 12,24% Linkshänder.</p> <p style="margin-left: 20px;">ii. Er ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 91,67% Rechtshänder.</p> <p>b.</p> <p style="margin-left: 20px;">i. Die Wahrscheinlichkeit ist 0,000752%.</p> <p style="margin-left: 20px;">ii. Die Wahrscheinlichkeit ist 97,08%.</p> <p style="margin-left: 20px;">iii. Die Wahrscheinlichkeit ist 99,27%.</p> <p>c.</p> <p style="margin-left: 20px;">Man muss mindestens 24 Einwohner befragen.</p> <p>d.</p> <p style="margin-left: 20px;">Es sind mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% zwischen 6 und 18 Linkshänder.</p>
	Linkshänder	Rechtshänder																
Tennis	$0,12 \cdot 0,04 = 0,0048$	$0,88 \cdot 0,06 = 0,0528$	0,0576															
kein Tennis	$0,12 \cdot 0,96 = 0,1152$	$0,88 \cdot 0,94 = 0,8272$	0,9424															
	0,12	0,88	1															

<p>e. In einer Umfrage von 150 Bewohnern geben 10 an, Tennis zu spielen? Ist diese Umfrage mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,4% repräsentativ? Welche Wahrscheinlichkeiten sind für diese Befragung verträglich?</p>	<p>e. <math>\mu = 150 \cdot p</math>      <math>\sigma = \sqrt{150 \cdot p \cdot (1 - p)}</math>  <math>10 = 150p \pm 2 \cdot \sqrt{150 \cdot p \cdot (1 - p)}</math>  <math>\Leftrightarrow 10 - 150p = \pm 2 \cdot \sqrt{150 \cdot p \cdot (1 - p)}</math>  <math>\Leftrightarrow 5 - 75p = \sqrt{150 \cdot p \cdot (1 - p)}</math>  <math>\Leftrightarrow (5 - 75p)^2 = 150 \cdot p \cdot (1 - p)</math>  <math>\Leftrightarrow 25 - 750p + 5625p^2 = 150p - 150p^2</math>  <math>\Leftrightarrow 5775p^2 - 900p + 25 = 0</math>  <math>\Leftrightarrow p_1 \approx 0,0362 \vee p_2 \approx 0,1197</math>  <math>0,0576 \in [0,0362; 0,1197]</math></p>	<p>e. Die Befragung ist repräsentativ, da die verträglichen Wahrscheinlichkeiten zwischen 3,62 und 11,97% liegen. Der Anteil der Tennisspieler liegt bei 5,76%.</p>
<p>2. In der Stadt spielen p% Fußball.</p> <p>a. Benennen Sie den Term, der den Anteil der Linkshänder beschreibt, der Fußball spielt!</p> <p>b. Benennen Sie den Term, der den Anteil der Rechtshänder beschreibt, der kein Fußball spielt!</p> <p>c. Berechnen Sie, wie die Wahrscheinlichkeit p der Fußballspieler sein muss, damit 35,2% der Rechtshänder kein Fußball spielen!</p>	<p>a. <math>0,12 \cdot p</math></p> <p>b. <math>0,88 \cdot (1-p)</math></p> <p>c. <math>0,88 \cdot (1-p) = 0,352</math>  <math>\Leftrightarrow 0,88 - 0,88p = 0,352</math>  <math>\Leftrightarrow 0,88p = 0,528</math>  <math>\Leftrightarrow p = 0,6</math></p>	<p>a. <math>0,12 \cdot p</math></p> <p>b. <math>0,88 \cdot (1-p)</math></p> <p>c. Der Anteil der Fußballspieler müsste 60% sein.</p>