

Lösungen zu den Übungen zur Sigma-Regel

| Aufgabe | Lösung |
|--|---|
| 1. Mit einem Würfel wird 200mal gewürfelt. X sei die Anzahl der gewürfelten Einsen. Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 99,7% aller Werte von X liegen! | <p>Erwartungswert: $\mu = 200 \cdot \frac{1}{6} = \frac{100}{3} = 33,3$</p> <p>Standardabweichung $\sigma = \sqrt{200 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{250}{9}} \approx 5,27 > 3$</p> <p>$[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma] = [33,33 - 3 \cdot 5,27; 33,33 + 3 \cdot 5,27] = [17,52; 49,14]$</p> <p>Wenn ein Würfel 200mal geworfen wird, würfelt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,7% zwischen 18 und 49 Einsen.</p> |
| 2. Mit einem Würfel wird 200mal gewürfelt. X sei die Anzahl der gewürfelten geraden Zahlen. Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 68,3% aller Werte von X liegen! | <p>Erwartungswert: $\mu = 200 \cdot \frac{3}{6} = 100$</p> <p>Standardabweichung $\sigma = \sqrt{200 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6}} = \sqrt{50} \approx 7,07 > 3$</p> <p>$[\mu - \sigma; \mu + \sigma] = [100 - 7,07; 100 + 7,07] = [92,93; 107,7]$</p> <p>Wenn ein Würfel 200mal geworfen wird, würfelt man mit einer Wahrscheinlichkeit von 68% zwischen 93 und 107 gerade Zahlen.</p> |
| 3. In einer Urne liegen 20 rote und 15 grüne Kugeln. Es wird 100mal gezogen und die Kugeln werden wieder zurückgelegt. X sei die Anzahl der gezogenen grünen Kugeln. Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 95,4% aller Werte von X liegen. | <p>Erwartungswert: $\mu = 100 \cdot \frac{15}{35} = \frac{300}{7} = 42,86$</p> <p>Standardabweichung $\sigma = \sqrt{100 \cdot \frac{15}{35} \cdot \frac{20}{35}} = \sqrt{\frac{1200}{49}} \approx 4,95 > 3$</p> <p>$[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma] = [42,86 - 2 \cdot 4,95; 42,86 + 2 \cdot 4,95] = [32,96; 52,76]$</p> <p>Wenn 100mal eine Kugel gezogen wird, zieht man mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,5% zwischen 33 und 52 grüne Kugeln.</p> |
| 4. Eine Fabrik liefert Surfbretter aus. Erfahrungsgemäß sind 2% aller Surfbretter fehlerhaft. a. Wie viele fehlerhafte Surfbretter sind bei einer Lieferung von 1000 Surfbrettern zu erwarten? b. Ein Händler möchte im Mittel mindestens 1500 fehlerfreie Surfbretter bestellen. Wie viele Surfbretter sollte er bestellen? c. In welchem Intervall liegt die Anzahl der fehlerhaften Surfbretter mit 99% Sicherheit, wenn 800 Surfbretter geliefert werden? | <p>a. $1000 \cdot 0,02 = 20$ Es sind 20 fehlerhafte Bretter zu erwarten.</p> <p>b. $n \cdot 0,98 = 1500 \Leftrightarrow n = \frac{1500}{0,98} \approx 1530,61$ Er müsste mindestens 1531 Surfbretter bestellen.</p> <p>c. Erwartungswert: $\mu = 800 \cdot 0,02 = 16$ Standardabweichung $\sigma = \sqrt{800 \cdot 0,02 \cdot 0,98} = \sqrt{15,68} \approx 3,96 > 3$ $[\mu - 2,58 \cdot \sigma; \mu + 2,58 \cdot \sigma] \approx [16 - 10,217; 16 + 10,217] = [5,783; 26,217]$ Mit einer Sicherheit von 99% werden zwischen 6 und 26 fehlerhafte Surfbretter ausgeliefert.</p> |

| | |
|---|---|
| <p>5. Der A380 verfügt über 555 Sitzplätze. Eine Fluggesellschaft hat 600 Plätze verkauft, da man mit einer Stornierung von 10% rechnen kann.</p> <p>a. Wie viele Plätze müssten zur Verfügung stehen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% alle Passagiere einen Platz bekommen?</p> <p>b. Wie viele Plätze müssten zur Verfügung stehen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% alle Passagiere einen Platz bekommen?</p> | <p>X: Anzahl der tatsächlich eincheckenden Passagiere Erwartungswert: $\mu = 600 \cdot 0,9 = 540$ Standardabweichung $\sigma = \sqrt{600 \cdot 0,9 \cdot 0,1} = \sqrt{54} \approx 7,348 > 3$</p> <p>a. $[\mu - 1,96 \cdot \sigma; \mu + 1,96 \cdot \sigma] \approx [540 - 14,4; 540 + 14,4] = [525,6; 554,4]$ Es müssen zwischen 526 und 554 Plätze zur Verfügung stehen, wenn man eine 95%-Wahrscheinlichkeit haben möchte, dieses würde man mit 555 Sitzplätzen erreichen.</p> <p>b. $[\mu - 2,58 \cdot \sigma; \mu + 2,58 \cdot \sigma] \approx [540 - 18,96; 540 + 18,96] = [521,04; 558,96]$ Es müssen zwischen 521 und 558 Plätze zur Verfügung stehen, wenn man eine 99%-Wahrscheinlichkeit haben möchte, dies würde man mit 555 Sitzplätzen nicht erreichen.</p> |
| <p>6. Ein Losverkäufer verkauft Lose. Er behauptet, dass 30% aller Lose einen Gewinn beinhalten. Eine Familie kauft 50 Lose, um diese Aussage zu testen. Darunter sind 7 Gewinne. Überprüfen Sie die Aussage des Verkäufers mit der 2σ-Regel!</p> | <p>X: Anzahl der Gewinne Erwartungswert: $\mu = 50 \cdot 0,3 = 15$ Standardabweichung $\sigma = \sqrt{50 \cdot 0,3 \cdot 0,7} = \sqrt{10,5} \approx 3,24 > 3$ Im 2σ-Intervall $[8,52; 21,48]$ liegen ca. 95,5% der Werte. Das Testergebnis von 7 Gewinnen liegt nicht in diesem Intervall, sondern es ist kleiner. Die Werbung ist wahrscheinlich falsch, es gibt wahrscheinlich eine geringere Gewinnchance.</p> |
| <p>1. 28% der Deutschen über 65 Jahre besitzen ein Smartphone. X sei die Anzahl der Senioren, denen ein Smartphone gehört. Auf einer Veranstaltung sind 2000 Senioren zugegen. 600 Senioren behaupten, dass ein Smartphone besitzen. Bewerten Sie anhand der 2σ-Regel, ob diese Aussage glaubhaft ist!</p> | <p>Erwartungswert: $\mu = 2000 \cdot 0,28 = 560$ Standardabweichung $\sigma = \sqrt{2000 \cdot 0,28 \cdot 0,72} = \sqrt{403,2} \approx 20,08 > 3$ 2σ-Intervall: $[560 - 40,16; 560 + 40,16] = [519,84; 600,16]$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95,5% haben zwischen 519 und 600 Senioren auf dieser Veranstaltung ein Handy. Die Behauptung, dass 600 Senioren ein Handy besitzen, ist sehr wahrscheinlich.</p> |