Lösungen zu den Übungen zur stochastischen Unabhängigkeit

<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Rechenweg</th><th>Ergebnis</th></tr>
<tr>
<td>1. In einer Urne liegen 4 rote, 6 grüne und 3 blaue Kugeln. Es wird zweimal gezogen, die Kugeln werden nach dem Ziehen wieder zurückgelegt.
Das Ereignis E1 bedeutet: Die erste Kugel ist rot.
Das Ereignis E2 bedeutet: Die zweite Kugel ist grün.
Untersuchen Sie, ob die beiden Ereignisse stochastisch unabhängig sind!</td>
<td>$P(E1) = \frac{4}{13}$
$P(E2) = \frac{4}{13} \cdot \frac{6}{13} + \frac{6}{13} \cdot \frac{6}{13} + \frac{3}{13} \cdot \frac{6}{13} = \frac{6}{13}$
$P(E1 \cap E2) = \frac{4}{13} \cdot \frac{6}{13} = \frac{24}{169}$
z.z.: $P(E1) \cdot P(E2) = P(E1 \cap E2) \Leftrightarrow \frac{4}{13} \cdot \frac{6}{13} = \frac{24}{169}$ √
stimmt</td>
<td>Die beiden Ereignisse sind stochastisch unabhängig.</td>
</tr>
<tr>
<td>2. In einer Urne liegen 4 rote, 6 grüne und 3 blaue Kugeln. Es wird zweimal gezogen, die Kugeln werden nach dem Ziehen nicht wieder zurückgelegt.
Das Ereignis E1 bedeutet: Die erste Kugel ist rot.
Das Ereignis E2 bedeutet: Die zweite Kugel ist grün.
Untersuchen Sie, ob die beiden Ereignisse stochastisch unabhängig sind!</td>
<td>$P(E1) = \frac{4}{13}$
$P(E2) = \frac{4}{13} \cdot \frac{6}{12} + \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{12} + \frac{3}{13} \cdot \frac{6}{12} = \frac{72}{156} = \frac{18}{39}$
$P(E1 \cap E2) = \frac{4}{13} \cdot \frac{6}{12} = \frac{24}{156}$
z.z.: $P(E1) \cdot P(E2) = P(E1 \cap E2) \Leftrightarrow \frac{4}{13} \cdot \frac{18}{39} = \frac{24}{169} \neq \frac{24}{156}$
stimmt nicht</td>
<td>Die beiden Ereignisse sind stochastisch abhängig.</td>
</tr>
<tr>
<td>3. Die Ereignisse A und B sind jeweils voneinander stochastisch unabhängig. Ergänzen Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten!
a.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\bar{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td></td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>$\bar{B}$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>0,7</td><td></td><td>1</td></tr>
</table>
b.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\bar{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\bar{B}$</td><td></td><td></td><td>0,3</td></tr>
<tr><td></td><td>0,6</td><td></td><td>1</td></tr>
</table>
</td>
<td>a.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\bar{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td>$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$
0,7 · 0,2 = 0,14</td><td>0,2−0,14 = 0,06</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>$\bar{B}$</td><td>0,7−0,14 = 0,56</td><td>0,8−0,56 = 0,24</td><td>1− 0,2 = 0,8</td></tr>
<tr><td></td><td>0,7</td><td>1− 0,7 = 0,3</td><td>1</td></tr>
</table>
b.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\bar{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td>0,6 · 0,7 = 0,42</td><td>0,7−0,42 = 0,28</td><td>1−0,3 = 0,7</td></tr>
<tr><td>$\bar{B}$</td><td>0,6−0,42 = 0,18</td><td>0,3−0,18 = 0,12</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td></td><td>0,6</td><td>1−0,6 = 0,4</td><td>1</td></tr>
</table>
</td>
<td>a.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\bar{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td>0,14</td><td>0,06</td><td>0,2</td></tr>
<tr><td>$\bar{B}$</td><td>0,56</td><td>0,24</td><td>0,8</td></tr>
<tr><td></td><td>0,7</td><td>0,3</td><td>1</td></tr>
</table>
b.
<table>
<tr><th></th><th>A</th><th>$\bar{A}$</th><th></th></tr>
<tr><td>B</td><td>0,42</td><td>0,28</td><td>0,7</td></tr>
<tr><td>$\bar{B}$</td><td>0,18</td><td>0,12</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td></td><td>0,6</td><td>0,4</td><td>1</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

c.

	A	$\bar{A}$	
B	0,3		
$\bar{B}$			
		0,4	1

c.

	A	$\bar{A}$	
B	0,3 = P(A) · $P(B)$	0,5−0,3 = 0,2	P(B)=0,2:P(A) = 0,3 : 0,6 = 0,5
$\bar{B}$	0,6−0,3 = 0,3	0,5−0,3 = 0,2	1−0,5 =0,5
	1−0,4 = 0,6	0,4	1

c.

	A	$\bar{A}$	
B	0,3	0,2	0,5
$\bar{B}$	0,3	0,2	0,5
	0,6	0,4	1

4. Bei einer Untersuchung von 1000 Männern werden die Größe und die Haarfarbe verglichen. Das Ereignis G bedeutet eine Größe von mehr als 1,90m. Das Ergebnis B bedeutet, dass die ausgewählte Person braune Haare hat. 40% der Männer sind über 1,90m groß, 70% der Männer haben braune Haare. 70% der Männer unter 1,90m haben braune Haare. Untersuchen Sie, ob die Haarfarbe von der Größe abhängig ist!

	G	$\bar{G}$	
B	0,28**	0,42*	0,7
$\bar{B}$			0,3
	0,4	0,6	1

*0,6 · 0,7 = 0,42 **0,7 – 0,42 = 0,28

P(G) · P(B) = 0,4 · 0,7 = 0,28 = P(G∩ B)

Die Haarfarbe ist unabhängig von der Größe der Person.

5. Bei einer Untersuchung von 1000 Frauen werden der gefühlte Stressfaktor und der Schokoladenkonsum verglichen. Das Ereignis S bedeutet, dass sich die ausgewählte Person nach eigenen Angaben gestresst fühlt. Das Ergebnis B bedeutet, dass die ausgewählte Person mindestens eine halbe Tafel Schokolade pro Tag isst. 300 der Frauen fühlen sich gestresst. 600 aller Befragten essen weniger als eine halbe Tafel Schokolade pro Tag. 200 der sich nicht im Stress befindlichen Frauen essen Schokolade. Untersuchen Sie, ob der Schokoladenkonsum von dem Stressfaktor abhängig ist!

	S	$\bar{S}$	
B	0,26**	0,14*	0,4
$\bar{B}$			0,6
	0,3	0,7	1

*1000 · 0,7 · x = 200 ⇔ x = 0,14

**0,4 – 0,14 = 0,26

P(S) · P(B)= 0,3 · 0,4 = 0,12 ≠ 0,26 = P(S∩ B)

Die Ereignisse sind abhängig. Der Konsum von Schokolade hängt vom Stressfaktor ab.