Lösungen zu den einfachen Steckbriefaufgaben

Aufgabe	Lösung
1. Gegeben ist eine quadratische Funktion f(x) = ax² + bx + c. a. Die Punkte P(0/−4), R(2/20) und Q(−1/−7) liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b und c! b. Die Punkte P(2/−8), R(−3/−43) und Q(4/−50) liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b und c!	a. $f(0) = -4 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = -4 \Rightarrow c = -4 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx - 4$ $f(2) = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 4 = 20$ $f(-1) = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 4 = -7$ $\left\lvert\begin{matrix} 4a + 2b - 4 = 20 \\ a - b - 4 = -7 \end{matrix}\right\rvert$ Lösen des LGS: $\left\lvert\begin{matrix} 4a + 2b = 24 \\ a - b = -3 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} 4a + 2b = 24 \\ 2a - 2b = -6 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} 4a + 2b = 24 \\ 6a = 18 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} 12 + 2b = 24 \\ a = 3 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} b = 6 \\ a = 3 \end{matrix}\right\rvert$ **=> f(x) = 3x² + 6x – 4** b. Einsetzen von P, R und Q ergibt: $\left\lvert\begin{matrix} 4a + 2b + c = -8 \\ 9a - 3b + c = -43 \\ 16a + 4b + c = -50 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ 9a - 3b + c = -43 \\ 16a + 4b + c = -50 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 12a + 2b = -42 \end{matrix}\right\rvert$ $\Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 12a + 2b = -42 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 30a + 5b = -105 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ 35a = -140 \end{matrix}\right\rvert$ $\Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ 5a - 5b = -35 \\ a = -4 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} -4a - 2b - c = 8 \\ b = 3 \\ a = -4 \end{matrix}\right\rvert \Leftrightarrow \left\lvert\begin{matrix} c = 2 \\ b = 3 \\ a = -4 \end{matrix}\right\rvert$ **=> f(x) = −4x² + 3x + 2**

2. Eine zur y-Achse symmetrische Funktion vierten Grades $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ geht durch den Ursprung. Die Punkte P(2/40) und Q(−1/1) liegen auf dem Graphen dieser Funktion. Berechnen Sie a, b, c, d und e!	Achsensymmetrie heißt: nur gerade Exponenten, d.h. b = 0 und d = 0 => $f(x) = ax^4 + cx^2 + e$ f geht durch den Ursprung, d.h. e = 0 => $f(x) = ax^4 + cx^2$ Einsetzen von P und Q: $\left\|\begin{matrix} 16a + 4b = 40 \\ a + b = 1 \end{matrix}\right\| \Leftrightarrow \left\|\begin{matrix} 16a + 4b = 40 \\ a = 1 - b \end{matrix}\right\| \Leftrightarrow \left\|\begin{matrix} 16(1 - b) + 4b = 40 \\ a = 1 - b \end{matrix}\right\|$ $\Leftrightarrow \left\|\begin{matrix} 16 - 16b + 4b = 40 \\ a = 1 - b \end{matrix}\right\| \Leftrightarrow \left\|\begin{matrix} -12b = 24 \\ a = 1 - b \end{matrix}\right\| \Leftrightarrow \left\|\begin{matrix} b = -2 \\ a = 3 \end{matrix}\right\|$ **=> $f(x) = 3x^4 - 2x^2$**
3. Eine zum Ursprung punktsymmetrische Funktion fünften Grades geht durch die Punkte P(1/3), Q(−2/−48) und R(3/417). Berechnen Sie die Funktionsvorschrift!	Punktsymmetrie heiße: nur ungerade Exponenten => $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx$ Einsetzen von P,Q und R: $\left\|\begin{matrix} a + b + c = 3 \\ -32a - 8b - 2c = -48 \\ 243a + 27b + 3c = 417 \end{matrix}\right\| \Leftrightarrow \left\|\begin{matrix} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 4 \end{matrix}\right\|$ (TR) **=> $f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 4x$**
4. Eine Funktion dritten Grades hat die Nullstellen $x_1 = -2$, $x_2 = 3$ und $x_3 = 5$ und geht durch den Punkt P(2/36)! Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift!	$f(x) = a \cdot (x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)$ P einsetzen: $36 = a \cdot 4 \cdot (-1) \cdot (-3) \Leftrightarrow 36 = 12a \Leftrightarrow a = 3$ **=> $f(x) = 3 \cdot (x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-5)$**
5. Eine Funktion dritten Grades hat in $x_1 = -2$ eine doppelte Nullstelle und verläuft durch den Ursprung. Bestimmen Sie eine Funktionsvorschrift!	z.B. **$f(x) = x \cdot (x + 2)^2$** oder $f(x) = 3x \cdot (x + 2)^2$ etc.
6. Eine Funktion vierten Grades hat nur die Nullstellen $x_1 = -1$ und $x_2 = 4$! Bestimmen Sie eine mögliche Funktionsvorschrift!	z.B. **$f(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 4)^2$** oder $f(x) = (x + 1) \cdot (x - 4) \cdot (x + 3) \cdot (x - 5)$ etc.