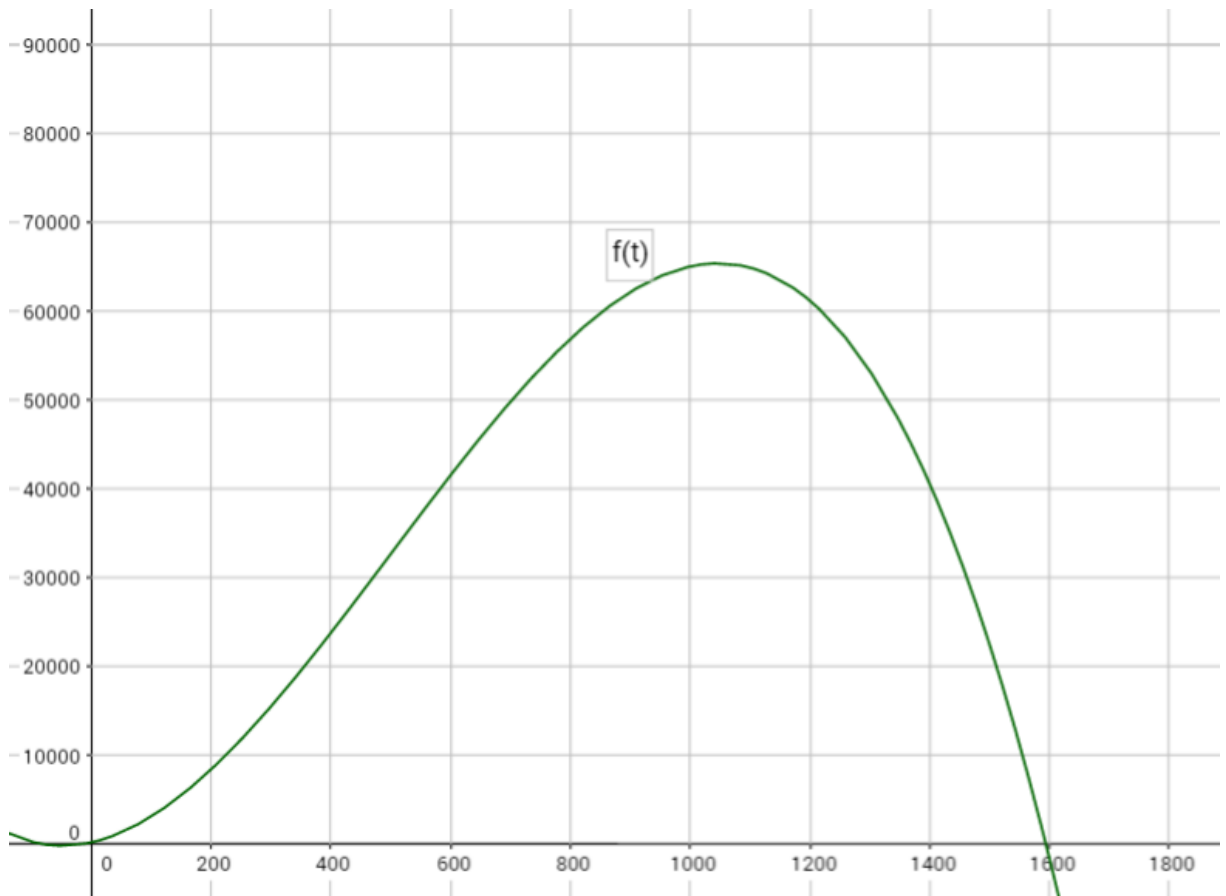


Übung für das mündliches Abitur: Textaufgabe mit ganzrationalen Funktionen

Die Firma Meier bringt eine neue Schokoladensorte auf den Markt. Aus Erfahrung mit der Verkaufsentwicklung anderer, ähnlicher Produkte weiß man, dass die Funktion

$$f(t) = -0,0001t^3 + 0,15t^2 + 15t, \quad 0 \leq t \leq 1500,$$

die Verkaufsentwicklung gut beschreibt. (t : Zeit nach Verkaufsbeginn in Tagen, $f(t)$: verkaufte Stückzahl pro Tag)



- Wie viele Tafeln Schokolade verkauft die Firma nach 150 Tagen?
- An welchem Tag werden die meisten Schokoladen verkauft?
- Mit den Großhändlern ist vereinbart, dass der Lagerbestand erhöht wird, wenn die Zunahme der täglichen Verkaufszahlen am größten ist. Wann tritt dies ein?
- Berechnen Sie, wie viele Tafeln Schokolade in den ersten 800 Tagen durchschnittlich verkauft worden sind!

Lösung

a) $f(150) = -0,0001 \cdot 150^3 + 0,15 \cdot 150^2 + 15 \cdot 150 = 5287,5$

Es werden 5287 Tafeln Schokolade verkauft.

b) $f'(t) = -0,0003t^2 + 0,3t + 15$

$f''(t) = -0,0006t + 0,3$

notwendige Bedingung: $f'(t) = 0$

$\Leftrightarrow -0,0003t^2 + 0,3t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = -47,72 \vee t = 1047,72$

ist nicht im gesuchten Bereich

notwendige und hinreichende Bedingung: $f'(t) = 0$ und $f''(t) < 0$

$f''(1047,72) = -5,99 < 0 \Rightarrow$ Maximum

$f(1047,72) = 65363,4$

[Untersuchung der Ränder: $f(0) = 0$ und $f(1500) = 22500 < 65363,4$]

Die meisten Tafeln Schokolade werden am 1047. Tag verkauft.

c) $f''(t) = -0,0006t + 0,3$

$f'''(t) = -0,0006$

notwendige Bedingung: $f''(t) = 0$

$f''(t) = -0,0006t + 0,3 = 0 \Leftrightarrow 0,0006t = 0,3 \Leftrightarrow t = 500$

notwendige und hinreichende Bedingung: $f''(t) = 0$ und $f'''(t) < 0$:

$f'''(500) = -0,0006 < 0 \Rightarrow$ maximale Steigung

[Untersuchung der Ränder: $f'(500) = 90$; $f'(0) = 15$; $f'(1500) = -210$]

Nach 500 Tagen ist die Zunahme der Verkaufszahlen am größten.

d) $\frac{1}{800} \int_0^{800} f(t) dt = \frac{1}{800} \cdot [-0,000025t^4 + 0,05t^3 + 7,5t^2]_0^{800}$
 $= \frac{1}{800} \cdot (20160000 - 0) = 25200$

In den ersten 800 Tagen werden im Schnitt 25200 Tafeln Schokolade verkauft.