

Lösung zu Übungen zu linearen Gleichungssystemen

1. Rechnen Sie die mit dem Gleichungsverfahren!

$$\left| \begin{array}{l} x + y = 8 \\ -2x + y = 2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x - 4y = -7 \\ 2x + 6y = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} -14x + y = 6 \\ 2y + 10 = 6x \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 18 + 6x = 39y \\ -2x = 4y - 10 \end{array} \right|$$

$$IL = \{(2/6)\}$$

$$IL = \{(-3/1)\}$$

$$IL = \{(-8/-1)\}$$

$$IL = \left\{ \left(\frac{16}{17} / \frac{53}{17} \right) \right\}$$

2. Rechnen Sie die nächsten Gleichungssysteme mit dem Einsetzungsverfahren!

$$\left| \begin{array}{l} 4x - 3y = 27 \\ -2x + y = -11 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 19x + 4y = 18 \\ 3x - y = 11 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 18x - 22y = 98 \\ 30x + 14y = 62 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 14(x + 5) = -16y \\ 2(5 - y) = 8x \end{array} \right|$$

$$IL = \{(-5/3)\}$$

$$IL = \{(-5/2)\}$$

$$IL = \{(-2/3)\}$$

$$IL = \{(-7/3)\}$$

3. Rechnen Sie die Gleichungssysteme mit dem Additionsverfahren!

$$\left| \begin{array}{l} 3x - y = 8 \\ 4x + 14y = -20 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 7x - 5y = -43 \\ 2 \cdot (9x + 2y) = -60 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} 3x - 11y + 19 = 0 \\ 2x + 7y - 16 = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} -10x + 7y = -34 \\ -15x - 16y - 2 = 0 \end{array} \right|$$

$$IL = \{(-2/2)\}$$

$$IL = \{(-5/2)\}$$

$$IL = \{(-4/3)\}$$

$$IL = \{(-2/2)\}$$

4. Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden!

a. $f_1(x) = 7x + 3$ und $f_2(x) = 9x - 7$ $IL = \{(5/38)\}$

b. $f_1(x) = 7x + 3$ und $f_2(x) = 7x - 4$ $IL = \{(-2/2)\}$

c. $f_1(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$ und $f_2(x) = \frac{1}{6}x - 2$ man versucht erst die Brüche wegzubekommen

$$\left| \begin{array}{l} y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{6}x - 2 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{1}{6}x - 2 = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{6}x - 2 \end{array} \right| \cdot 12 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2x - 24 = 9x + 6 \\ y = \frac{1}{6}x - 2 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -30 = 7x \\ y = \frac{1}{6}x - 2 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -\frac{30}{7} = x \\ y = -\frac{19}{7} \end{array} \right|$$

d. $f_1(x) = -x - 3$ und $f_2(x) = -6x - 18$ $IL = \{(-3/0)\}$

5. Geben Sie an, für welche reellen Zahlen $a \neq 0$ das Gleichungssystem eine, keine oder unendlich viele Lösungen hat!

$$\left| \begin{array}{l} y = ax + 2 \\ y = ax + 6 \end{array} \right| \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ Lösung: nicht möglich} \\ \text{keine Lösung: für alle } a \in \mathbb{R} \\ \infty - \text{viele Lösungen: nicht möglich} \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} y = ax + 2 \\ y = 3x + 2 \end{array} \right| \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ Lösung: für alle } a \neq 3 \\ \text{keine Lösung: nicht möglich} \\ \infty - \text{viele Lösungen: für } a = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + a \\ y = 2x + 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ Lösung: nicht möglich} \\ \text{keine Lösung: f\u00fcr } a \neq 6 \\ \infty - \text{viele L\u00f6sungen: f\u00fcr } a = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax + 2 \\ y = -ax - a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 \text{ L\u00f6sung: f\u00fcr alle } a \in \mathbb{R}^{\neq 0} \\ \text{keine L\u00f6sung: nicht m\u00f6glich} \\ \infty - \text{viele L\u00f6sungen: nicht m\u00f6glich} \end{cases}$$

L\u00f6sen Sie die folgenden **Textaufgaben** mithilfe eines linearen Gleichungssystems!

6. Max und Moritz haben Geld gespart. Zusammen haben sie 4250 €. Moritz hat jedoch viel mehr gespart als Max; selbst wenn man das Doppelte von Max nehmen w\u00fcrde, so h\u00e4tte er immer noch 500€ weniger als Moritz. Wie viel Geld haben die beiden gespart?

x = Erspartes von Max; y = Erspartes von Moritz:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 4250 \\ 2x + 500 = y \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4250 - x \\ 2x + 500 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 500 = 4250 - x \\ 2x + 500 = y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3750 \\ 2x + 500 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1250 \\ 3000 = y \end{cases} \end{aligned}$$

Max hat 1250€ und Moritz hat 3000€ gespart.

7. Nimmt man das Dreifache einer Zahl x und addiert das Vierfache einer zweiten Zahl y dazu, so erh\u00e4lt man 150. Verdoppelt man die Summe beider Zahlen, so erh\u00e4lt man 80.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x + 4y = 150 \\ 2(x + y) = 80 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 150 \\ 2x + 2y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 150 \\ -4x - 4y = -160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 150 \\ -x = -10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 30 + 4y = 150 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30 \\ x = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Eine Zahl ist 10 und die zweite Zahl 30.

8. Die Temperatur in Oslo ist im Juli wesentlich geringer als die in M\u00fcnchen. Verdreifacht man die Differenz der Temperaturen, so erh\u00e4lt man 42. Verdoppelt man die Summe beider Temperaturen, so erh\u00e4lt man 92.

x = Temperatur in Oslo; y = Temperatur in M\u00fcnchen

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3(y - x) = 42 \\ 2(x + y) = 92 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3y - 3x = 42 \\ 2x + 2y = 92 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y - 3x = 42 \\ x + y = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(46 - x) - 3x = 42 \\ y = 46 - x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 138 - 3x - 3x = 42 \\ y = 46 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 96 = 6x \\ y = 46 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 = x \\ y = 46 - 16 = 30 \end{cases} \end{aligned}$$

Die Temperatur in Oslo betr\u00e4gt 16°C und die in M\u00fcnchen 30°C.