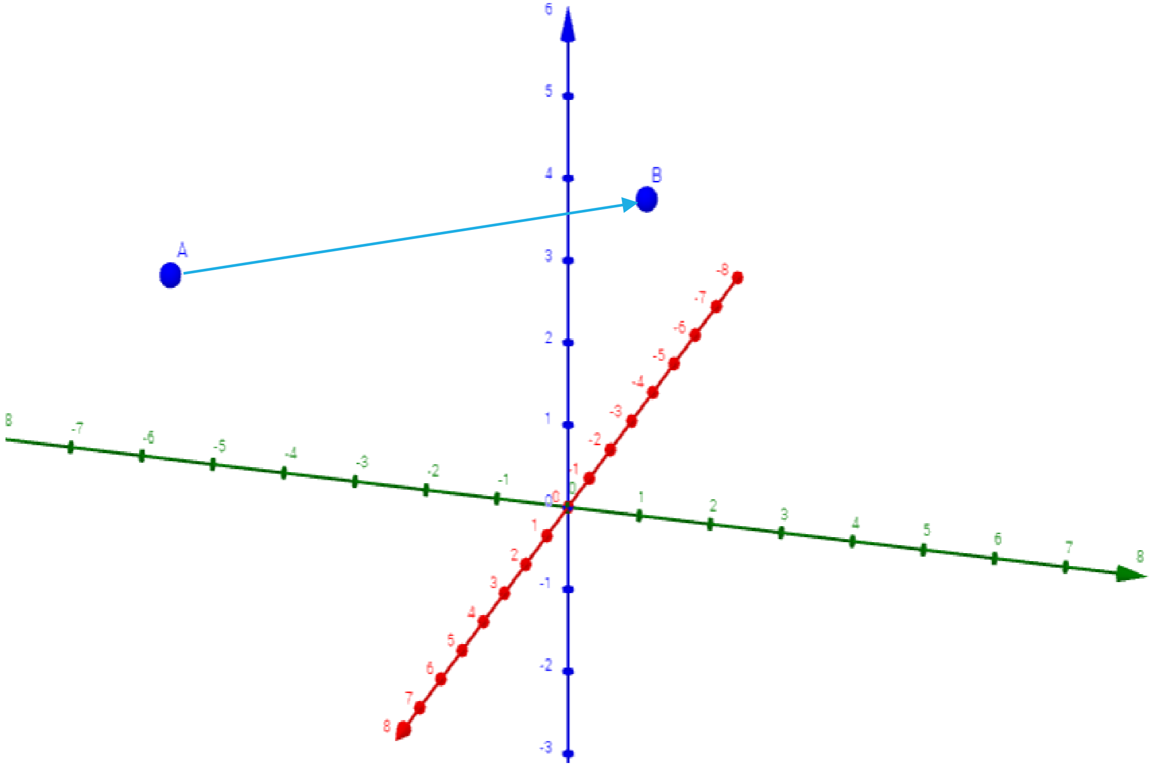
GRUNDLEGENDES ÜBER VEKTOREN

www.matheportal.wordpress.com

WAS IST EIN VEKTOR?

Gegeben sind die Punkte A$(2/-5/3)$ und B$(3/2/5)$.

Der Vektor $\overrightarrow{AB}$ gibt die Verschiebung des Punktes A zu dem Punkt B an.

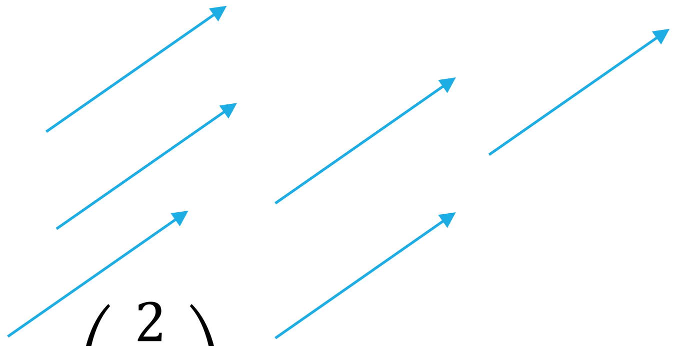


WAS MUSS MAN ÜBER VEKTOREN WISSEN?

1. Ein Vektor gibt eine **Verschiebung** an, das ist sozusagen wie eine Wegbeschreibung. Graphisch ist ein Vektor eine Menge von Pfeilen, die gleich lang und parallel sind und in die gleiche Richtung zeigen.

2. Ein Vektor hat 3 Koordinaten, die als Spalte geschrieben werden.

3. Der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ heißt **Nullvektor**.



$\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ bedeutet:

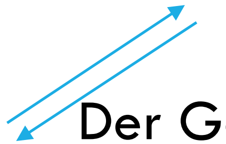
eine Verschiebung um 2 in Richtung x_1–Achse,

um -6 in Richtung x_2–Achse

und um 3 in Richtung x_3-Achse

WAS MUSS MAN ÜBER VEKTOREN WISSEN?

4. Die Vektoren $\vec{a}$ *und* $\vec{b}$ heißen **Gegenvektoren**, wenn $\vec{a} = -\vec{b}$.



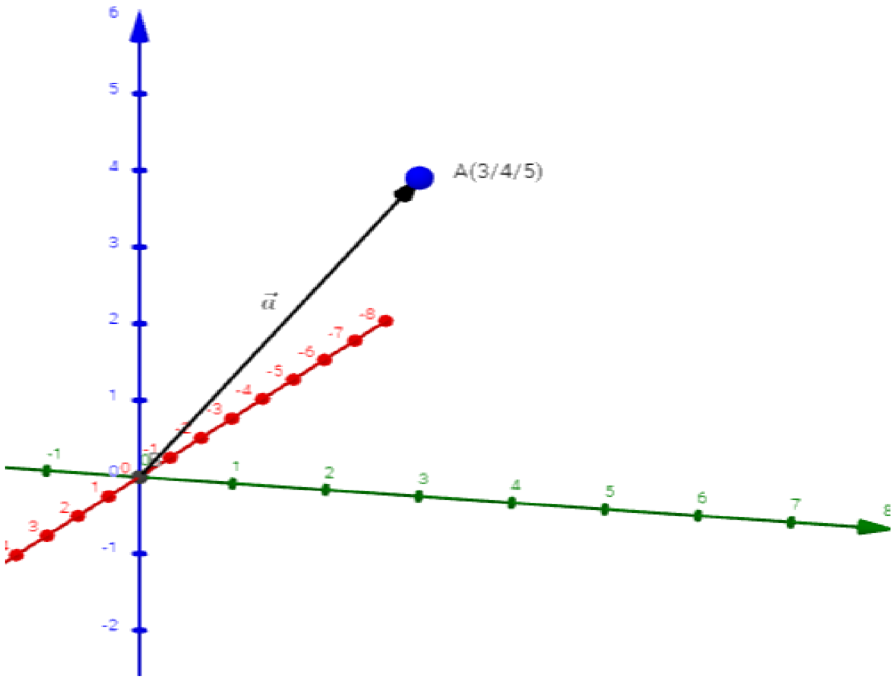
Der Gegenvektor von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ ist:

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

5. Ein Vektor, der den Nullpunkt mit dem Punkt A verbindet, heißt **Ortsvektor** und hat die gleichen Koordinaten wie der Punkt A.

Beispiel: Ist A =(3/4/5), so ist der

Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$



RECHNEN MIT VEKTOREN

1. Gegeben sind die Punkte A$(2/-5/5)$ und B$(3/2/3)$. Wie berechnet man den Vektor $\overrightarrow{AB}$?

Verschiebung entlang der x_1–Achse: von 2 nach 3: $+1$

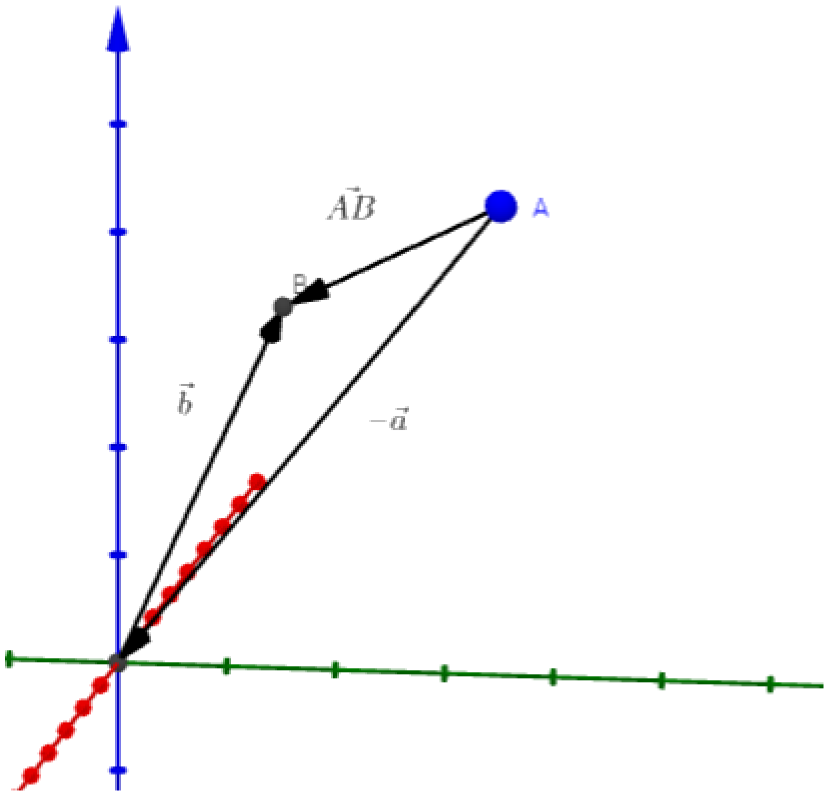
Verschiebung entlang der x_2–Achse: von -5 nach 2: $+7$

Verschiebung entlang der x_3–Achse: von 5 nach 3: -2

Also ist $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} +1 \\ +7 \\ -2 \end{pmatrix}$ oder:

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ 2-(-5) \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Graphisch:

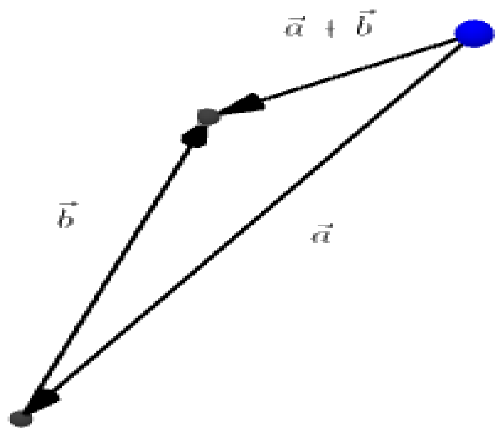


ADDITION UND SUBTRAKTION VON VEKTOREN:

Sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$, so ist:

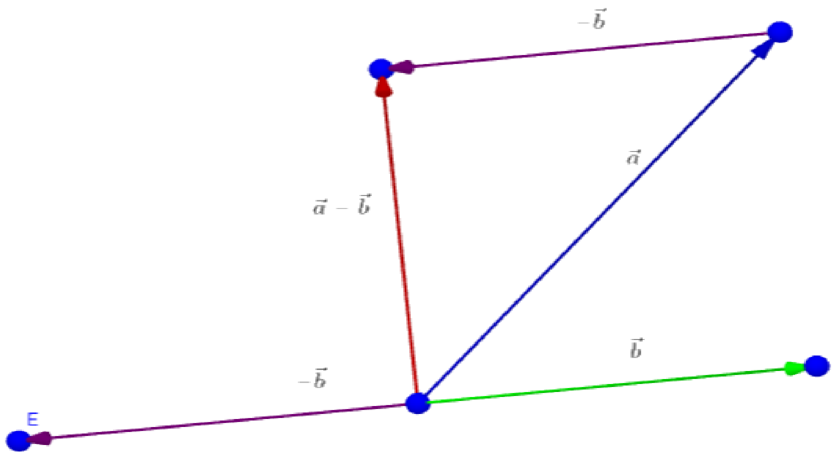
$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

Beispiel: $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}$



$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$$

Beispiel: $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}$



MULTIPLIKATION MIT EINER ZAHL:

Sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und r $\in \mathbb{R}$,

so ist:

$$r \cdot \vec{a} = r \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot a_1 \\ r \cdot a_2 \\ r \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

Beispiel:

$$4 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix}$$