

Lösung zur Lage von Geraden und Ebenen in Koordinatenform

	Aufgabe	Rechnung	Ergebnis
1	<b>E: <math>13x_1 - 10x_2 - 22x_3 = -42</math></b> und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$13 \cdot (6-2t) - 10 \cdot (4-3t) - 22 \cdot (2-2t) = -42$ $78 - 26t - 40 + 30t - 44 + 44t = -42$ $48t - 6 = -42$ $t = -\frac{36}{48} = -\frac{3}{4}$ ; Einsetzen in g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 6,25 \\ 3,5 \end{pmatrix}$	<b>g durchstößt E in D (7,5/6,25/3,5)</b>
2	<b>E: <math>x_2 - 3x_3 = 12</math></b> und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$	$(4 - 6t) - 3 \cdot (2 - 2t) = 12$ $4 - 6t - 6 + 6t = 12$ $-2 = 12$ , Widerspruch	<b>g und E sind parallel</b>
3	<b>E: <math>x_1 - 2x_2 + x_3 = -4</math></b> und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$	$(5 + t) - 2 \cdot (10 + 4t) + (13 + 9t) = -4$ $5 + t - 20 - 8t + 13 + 9t = -4$ $2t - 2 = -4$ $t = -1$ ; <b>das Einsetzen in g ergibt:</b> $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$	<b>g schneidet E in D(4/6/4)</b>
4	<b>E: <math>-23x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18</math></b> und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix}$	$-23 \cdot (4 - 4t) + 2 \cdot (6 + 10t) + 3 \cdot (10 + 8t) = 18$ $-92 + 92t + 12 + 20t + 30 + 24t = 18$ $-50 + 136t = 18$ $t = 0,5$ ; <b>das Einsetzen in g ergibt:</b> $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix} + 0,5 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix}$	<b>g schneidet E in D(2/11/14)</b>

	Aufgabe	Rechnung	Ergebnis
5	<b>E: <math>-19x_1 + 7x_2 - 11x_3 = -37</math> und</b> <b>g: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}</math></b>	$-19 \cdot (8 - 2t) + 7 \cdot (-3 - 4t) - 11 \cdot (-4 + 3t) = -37$ $-152 + 38t - 21 - 28t + 44 - 33t = -37$ $-129 - 23t = -37$ $-23t = 92$ $t = -4;$ <b>das Einsetzen in g ergibt: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} + (-4) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 13 \\ -16 \end{pmatrix}</math></b>	<b>g schneidet in D(16/13/-16)</b>
6	<b>E: <math>x_1 - 2x_2 + x_3 = 28</math> und</b> <b>g: <math>\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -7 \\ -11 \end{pmatrix}</math></b>	$(3 - 3t) - 2(-7 - 7t) + (11 - 11t) = 28$ $3 - 3t + 14 + 14t + 11 - 11t = 28$ $28 = 28, \text{ dies ist allgemeing\u00fcltig}$	<b>Die Gerade g liegt in der Ebene.</b>