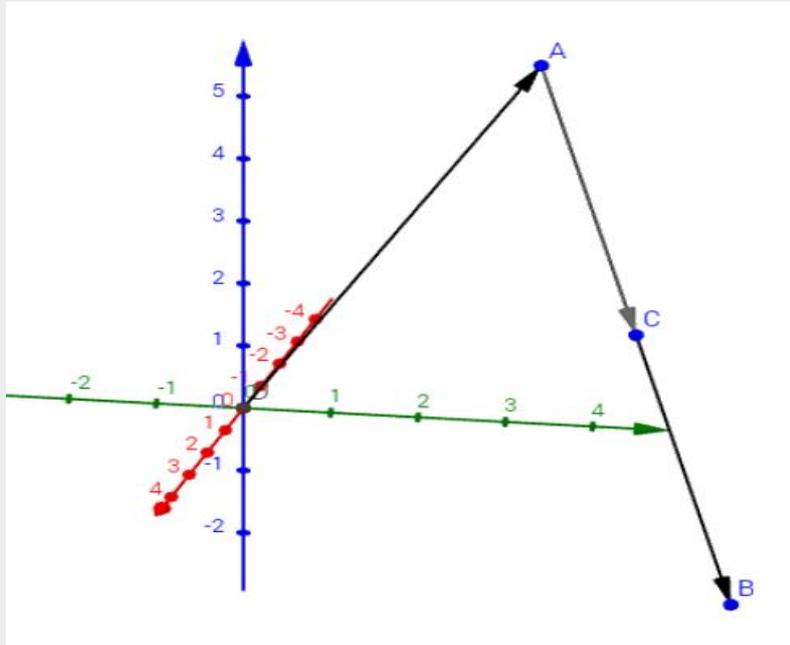


## Lösung: Liegt ein Punkt auf einer Strecke?

Gegeben ist ein Punkt C und ein Vektor  $\overrightarrow{AB}$ ! Wie berechnet man, ob der Punkt C auf der Strecke  $\overline{AB}$  liegt? Wenn C auf  $\overline{AB}$  liegt, muss die folgende Bedingung gelten:

$$\vec{c} = \vec{a} + r \cdot \overrightarrow{AB} \text{ und } 0 \leq r \leq 1,$$

wenn  $r = 0$  ist, erhält man den Punkt A, wenn  $r = 1$  ist den Punkt B.



**Übung: Untersuchen Sie, ob der Punkt C auf der Strecke  $\overline{AB}$  liegt!**

1. A(2/1/8) und B(-4/3/-2); C (0,8/1,4/6)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0,8 \\ 1,4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8 = 2 - 6r \\ 1,4 = 1 + 2r \\ 6 = 8 - 10r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1,2 = -6r \\ 0,4 = 2r \\ -2 = -10r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,2 = r \\ 0,2 = r \\ 0,2 = r \end{cases} \text{ d.h. } 0 \leq r \leq 1$$

$\Rightarrow$  C liegt auf  $\overline{AB}$

2. A(2/1/8) und B(-4/3/-2); C (8/-1/18)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 2 - 6r \\ -1 = 1 + 2r \\ 18 = 8 - 10r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = -6r \\ -2 = 2r \\ 10 = -10r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = r \\ -1 = r \\ -1 = r \end{cases} \text{ d.h. } r \notin [0; 1]$$

$\Rightarrow$  C liegt nicht auf  $\overline{AB}$

(C liegt allerdings auf der Geraden, die durch A und B geht)

3. A(2/1/8) und B(-4/3/-2); C (-1/2/2)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 2 - 6r \\ 2 = 1 + 2r \\ 2 = 8 - 10r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -6r \\ 1 = 2r \\ -6 = -10r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,5 = r \\ 0,5 = r \\ 0,6 = r \end{cases}$$

$\Rightarrow$  C liegt nicht auf  $\overline{AB}$

4. A(-4/-10/5) und B(7/-6/3); C (-2,9/-9,6/4,8)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2,9 \\ -9,6 \\ 4,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} -2,9 = -4 + 11r \\ -9,6 = -10 + 4r \\ 4,8 = 5 - 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1 = 11r \\ 0,4 = 4r \\ -0,2 = -2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,1 = r \\ 0,1 = r \\ 0,1 = r \end{cases}$$

d.h.  $0 \leq r \leq 1 \Rightarrow$  C liegt auf  $\overline{AB}$

5. A(-4/-10/5) und B(7/-6/3); C (18/-6/2)

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 18 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 18 = -4 + 11r \\ -6 = -10 + 4r \\ 2 = 5 - 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22 = 11r \\ 0,4 = 4r \\ -3 = -2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = r \\ 0,1 = r \\ 1,5 = r \end{cases}$$

damit kann man

schon aufhören

$\Rightarrow$  C liegt nicht auf  $\overline{AB}$