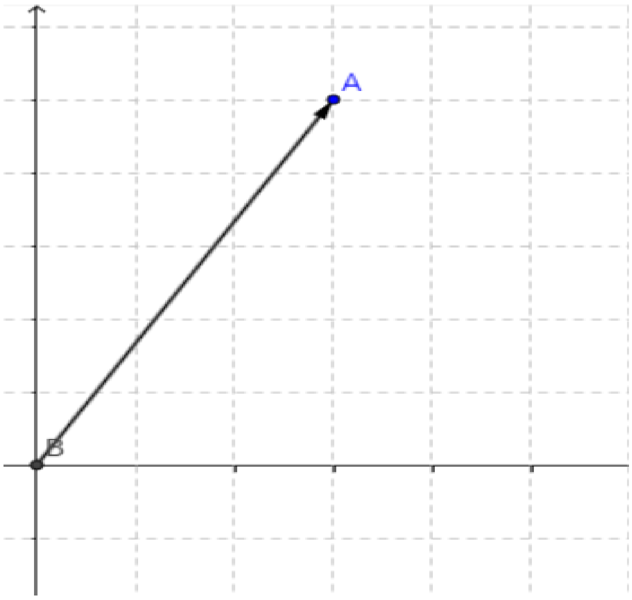
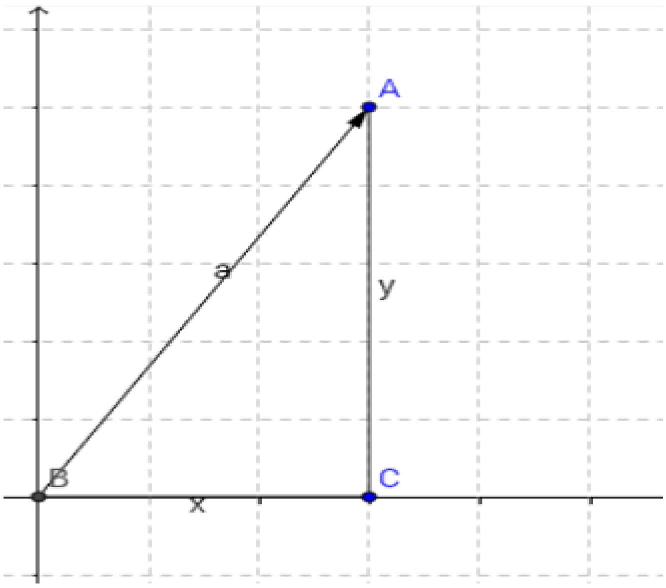
Länge eines Vektors

I. im 2-dimensionalen Raum:

Gegeben ist der Punkt A (a_1/a_2). Berechnen Sie die Länge des Vektors $\vec{a}$!



Lösung:



Das Dreieck ABC ist rechtwinklig, also gilt nach dem Satz von Pythagoras:

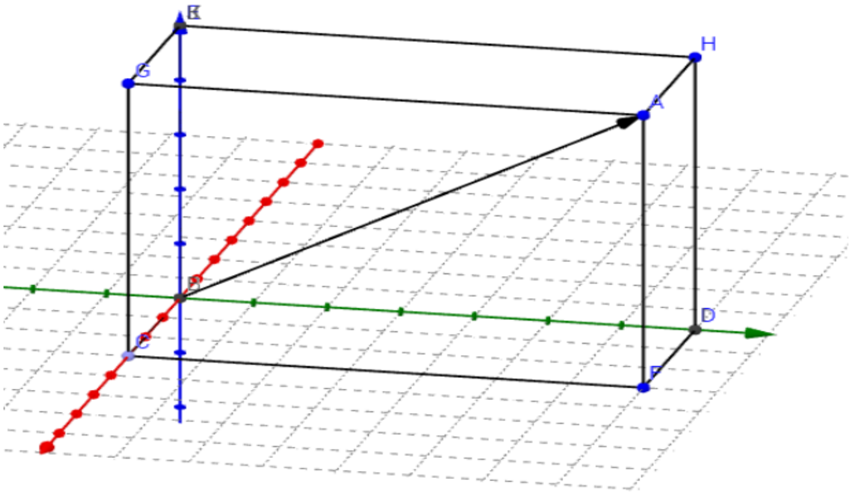
$a^2 = x^2 + y^2$; mit $x = a_1$ und $y = a_2$ gilt:

$|\vec{a}|^2 = a_1^2 + a_2^2$

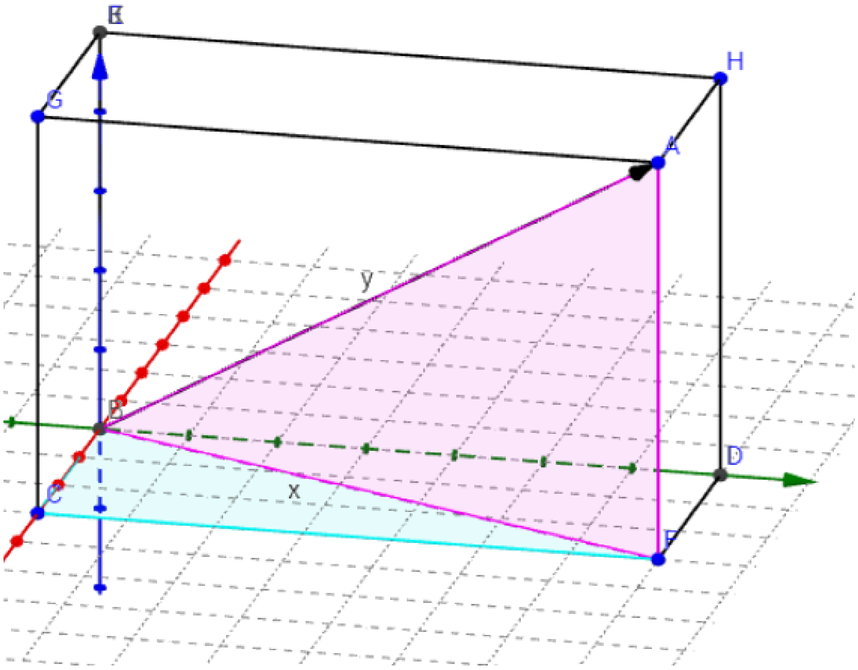
⇨ **Ist $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$, dann ist die Länge des Vektors $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$**

II. im 3-dimensionalen Raum:

Gegeben ist der Punkt A ($a_1/a_2/a_3$). Berechnen Sie die Länge des Vektors $\vec{a}$!



Lösung:



Das blaue Dreieck BCF ist rechtwinklig, also gilt: $x^2 = a_1^2 + a_2^2$

Das lila Dreieck BAF ist rechtwinklig, also gilt: $y^2 = x^2 + a_3^2 = (a_1^2 + a_2^2) + a_3^2$

⇨ $y = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2}$

Ist $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, dann ist $|\vec{a}| = \sqrt{a_1{}^2 + a_2{}^2 + a_3{}^2}$

Ein Vektor $\vec{x}$ heißt Einheitsvektor zum Vektor $\vec{a}$, falls $\vec{x}$ und $\vec{a}$ dieselbe Richtung haben und die Länge von $\vec{x}$ eins beträgt.

Es gilt: $\vec{x} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\vec{a}}{\sqrt{{a_1}^2+{a_2}^2+{a_3}^2}}$