

Bestimmung eines Schnittpunktes von 2 Geraden!

Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}!$$

1. Gleichsetzen:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2. Berechnen des Gleichungssystems:

$$\begin{cases} 1 + 0r = 0 + 2t \\ 1 + 3r = -2 + 3t \\ 2 + r = 3 - 3t \end{cases}$$

$$\text{I. } 1 + 0r = 0 + 2t \Rightarrow t = 0,5$$

$$\text{II. } 1 + 3r = -2 + 3t \Rightarrow 1 + 3r = -2 + 3 \cdot 0,5 \Leftrightarrow r = -0,5$$

$$\text{III. } 2 + r = 3 - 3t$$

Überprüfen in III: $2 + (-0,5) = 3 - 3 \cdot 0,5 \checkmark$, richtig!

Sollte sich nun in der III. Zeile ein Widerspruch ergeben (z.B. $3 = 5$), so sind die Geraden parallel oder windschief. Dann muss man die Richtungsvektoren auf lineare Unabhängigkeit untersuchen.

3. Einsetzen von r oder t in eine Gleichung, um den Schnittpunkt zu berechnen:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + (-0,5) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} \text{ d.h. der Schnittpunkt ist:}$$

$$S(1/-0,5/0,5)$$

Lagebeziehung zwischen 2 Geraden:

Lage	parallel	schneiden sich in einem Punkt	sind windschief	liegen aufeinander
Richtungsvektoren sind	linear abhängig	linear unabhängig	linear unabhängig	linear abhängig
Anzahl der gemeinsamen Punkte:	0	1	0	∞
Gleichungssystem hat	keine Lösung	eine Lösung	keine Lösung	unendlich viele Lösungen