



INTEGRAL UND FLÄCHE

www.matheportal.wordpress.com

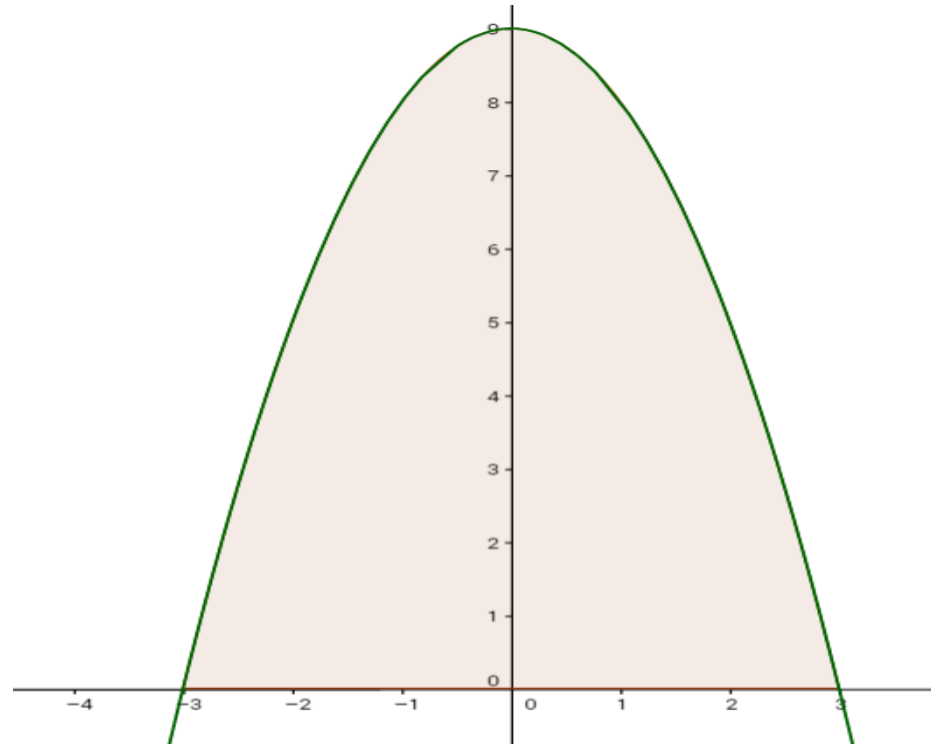
1. BEISPIEL

Berechnen Sie $\int_{-3}^3 (-x^2 + 9) dx$!

$$\int_{-3}^3 (-x^2 + 9) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + 9x \right]_{-3}^3$$

$$= 18 - (-18) = 36$$



2. BEISPIEL

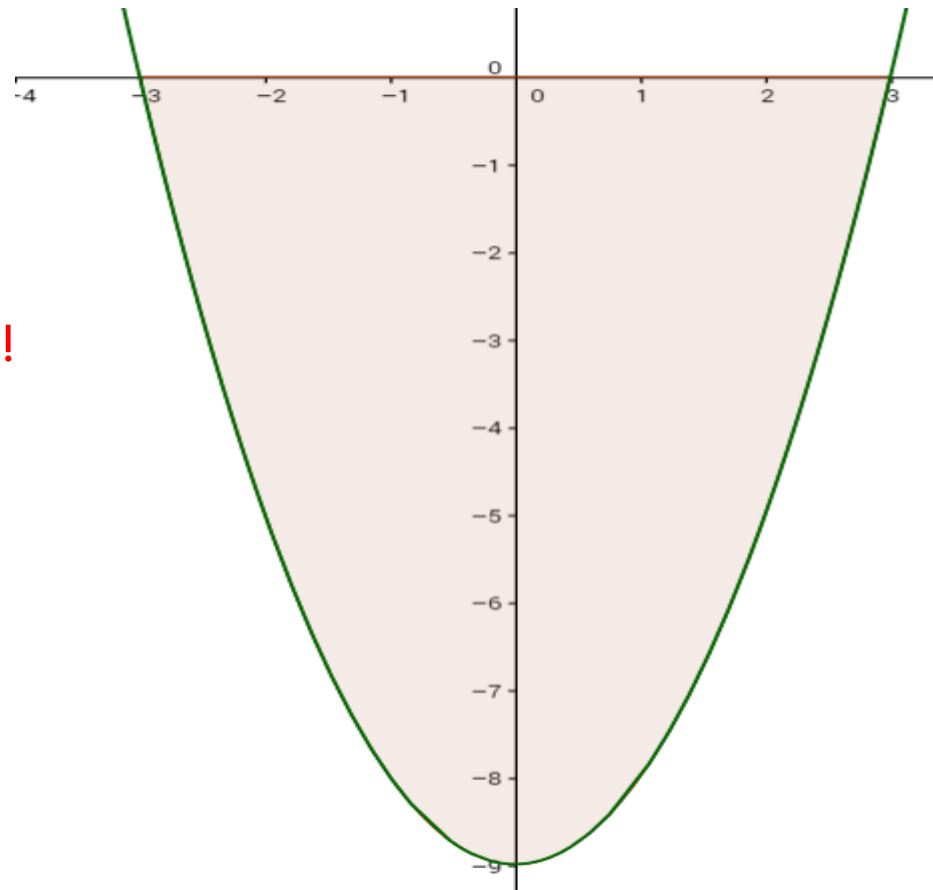
Berechnen Sie $\int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx$!

$$\begin{aligned} & \int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx \\ &= \left[\frac{1}{3} x^3 - 9x \right]_{-3}^3 \\ &= -18 - (18) = -36 \end{aligned}$$

Aber: Eine Fläche kann nicht negativ sein!

Lösung:

$$\begin{aligned} A &= \left| \int_{-3}^3 (x^2 - 9) dx \right| \\ &= \left| \left[\frac{1}{3} x^3 - 9x \right]_{-3}^3 \right| \\ &= |-18 - (18)| = |-36| = 36 \end{aligned}$$



3. BEISPIEL

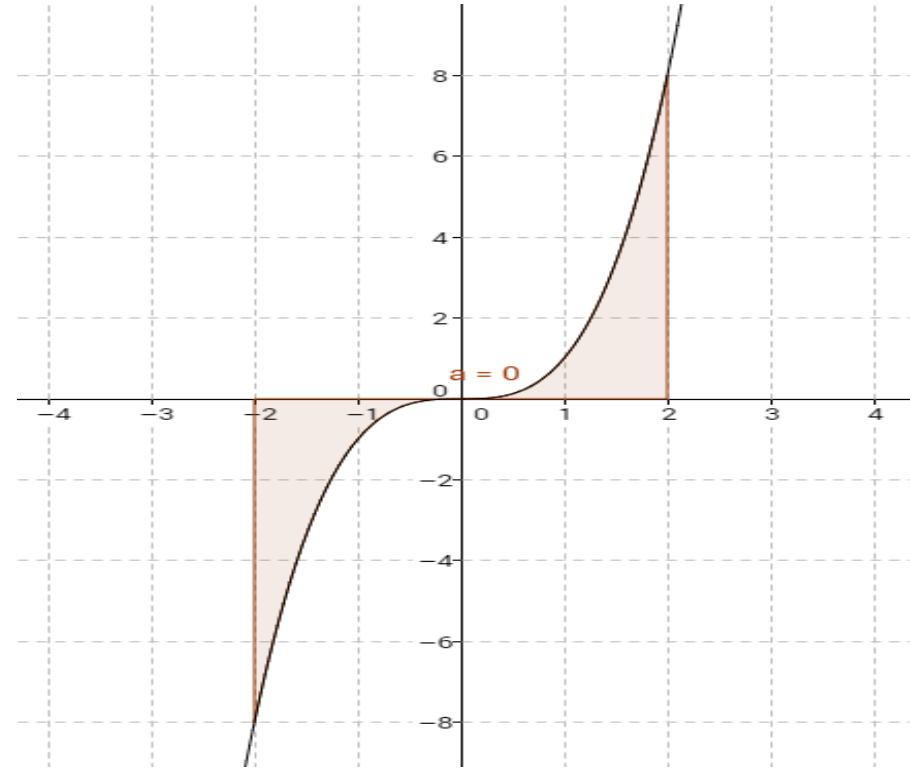
Berechnen Sie $\int_{-2}^2 x^3 dx$

$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 x^3 dx &= \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_{-2}^2 \\ &= \frac{1}{4} \cdot 2^4 - \frac{1}{4} \cdot (-2)^4 \\ &= 4 - (4) = 0\end{aligned}$$

Aber: Die Fläche ist nicht 0!

Lösung:

$$\begin{aligned}A &= \left| \int_{-2}^0 x^3 dx \right| + \int_0^2 x^3 dx \\ &= \left| \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_{-2}^0 \right| + \left[\frac{1}{4} x^4 \right]_0^2 \\ &= |-4| + 4 = 4 + 4 = 8\end{aligned}$$



ZUSAMMENFASSUNG

Ist $f(x) < 0$ im Intervall $[a;b]$, so gilt:

$$A = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

Ist $f(x) < 0$ im Intervall $[a;c]$ und ist

$f(x) > 0$ im Intervall $[c;b]$, so gilt:

$$A = \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \int_c^b f(x) dx$$