Erklärung der p-q-Formel

Anwendung: zum Lösen von quadratischen Gleichungen

Herleitung: Man möchte eine Gleichung der Form $x^2 + px + q = 0$ lösen, also z. B. $x^2 + 8x + 7 = 0$.

$x^2 + px + q = 0$	
$\Leftrightarrow x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$	1. quadratische Ergänzung finden
$\Leftrightarrow (x + \frac{p}{2})^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$	2. erste binomische Formel anwenden
$\Leftrightarrow (x + \frac{p}{2})^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$	
$\Leftrightarrow (x + \frac{p}{2}) = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ oder $(x + \frac{p}{2}) = -\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	3. Wurzel ziehen
$\Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ oder $x = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	4. nach x auflösen
Kurz: $\boldsymbol{x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$	

Beispiel: $x^2 + 8x + 7 = 0$

$p = 8$ und $q = 7$

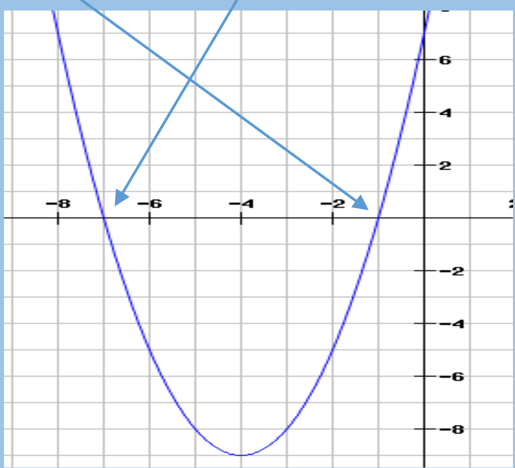
$$\boldsymbol{x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}}$$

$$= -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 7}$$

$$= -4 \pm \sqrt{16-7} = -4 \pm \sqrt{9} = -4 \pm 3$$

$x_1 = -4 + 3$ und $x_2 = -4 - 3$

$x_1 = -1$ und $x_2 = -7$



Achtung: Es gibt auch den Fall, dass es keine Lösung (Die Zahl unter der Wurzel ist negativ!) oder nur eine Lösung (Die Zahl unter der Wurzel ist 0!) gibt!