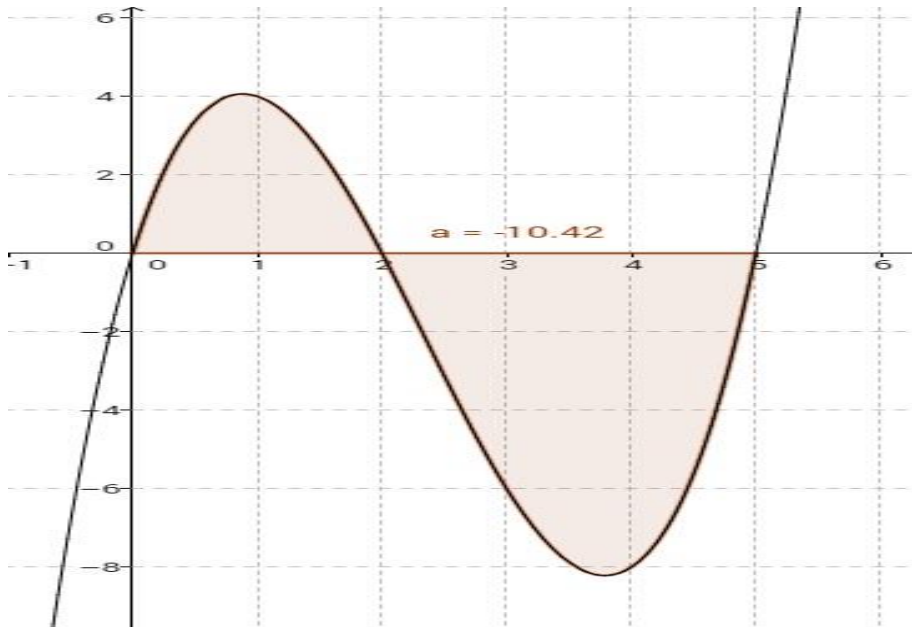


Einführungsbeispiel:

Berechnen Sie die Fläche zwischen $f(x) = x^3 - 7x^2 + 10x$ und der x-Achse!



1. Berechnen der Nullstellen:

$$x^3 - 7x^2 + 10x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2 \vee x = 5$$

2. Kontrollieren der Funktionswerte zwischen den Nullstellen:*

$$f(1) = 4$$

$$f(3) = -6$$

(also ist $f(x) > 0$ in $[0; 2]$)

(also ist $f(x) < 0$ im Intervall $[2; 5]$)

3. Berechnen der Fläche:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^2 (x^3 - 7x^2 + 10x) dx + \left| \int_2^5 (x^3 - 7x^2 + 10x) dx \right| \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + 5x^2 \right]_0^2 + \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + 5x^2 \right]_2^5 \right| \\ &= 5,3 - 0 + |-10,4167 - 5,3| \\ &= 5,3 + |-15,75| \\ &\approx 21,08 \end{aligned}$$

Die Fläche beträgt 21,08 Flächeneinheiten.

*Alternative: Sie können den 2. Schritt weglassen, indem sie alle Integrale in Betrag setzen: $A = \left| \int_0^2 (x^3 - 7x^2 + 10x) dx \right| + \left| \int_2^5 (x^3 - 7x^2 + 10x) dx \right|$