

Lösungen zu Übungen zur Kettenregel

Aufgabe	Lösung
a. $f(x) = (3x + 6)^2$	$f'(x) = 2 \cdot (3x + 6) \cdot 3 = 18x + 36$
b. $f(x) = (x^3 - 4x^2 + 3x)^4$	$f'(x) = 4 \cdot (x^3 - 4x^2 + 3x)^3 \cdot (3x^2 - 8x + 3)$ $= (12x^2 - 32x + 12) \cdot (x^3 - 4x^2 + 3x)^3$
c. $f(x) = -5 \cdot (x^2 + 4)^3$	$f'(x) = -5 \cdot 3 \cdot (x^2 + 4)^2 \cdot (2x) = -30x \cdot (x^2 + 4)^2$
d. $f(x) = (-4x^2 + 3x + 1)^{-2}$	$f'(x) = -2 \cdot (-4x^2 + 3x + 1)^{-3} \cdot (-8x + 3)$ $= (-4x^2 + 3x + 1)^{-3} \cdot (16x - 6)$
e. $f(x) = 7 \cdot (3x + 7x^3 - 4)^{-4}$	$f'(x) = 7 \cdot (-4) \cdot (3x + 7x^3 - 4)^{-5} \cdot (3 + 21x^2)$ $= (-84 - 588x^2) \cdot (3x + 7x^3 - 4)^{-5}$
f. $f(x) = \sin(2x)$	$f'(x) = 2 \cdot \cos(2x)$
g. $f(x) = -\sin(3x) + \cos(3x)$	$f'(x) = -3 \cdot \cos(3x) - 3 \cdot \sin(3x)$
h. $f(x) = 4 \cdot \cos(2x+4)$	$f'(x) = 4 \cdot 2 \cdot (-\sin(2x+4)) = -8 \cdot \sin(2x+4)$
i. $f(x) = [\sin(x)]^3$	$f'(x) = 3 \cdot [\sin(x)]^2 \cdot \cos(x)$
j. $f(x) = e^{3x+4}$	$f'(x) = 3 \cdot e^{3x+4}$
k. $f(x) = 12 \cdot e^{x^2-3}$	$f'(x) = 12 \cdot e^{x^2-3} \cdot 2x = 24x \cdot e^{x^2-3}$
l. $f(x) = (e^{2x})^2$ (oder: $f(x) = e^{4x}$)	$f'(x) = 2 \cdot e^{2x} \cdot (2 \cdot e^{2x}) = 4 \cdot (e^{2x})^2$ (oder: $f'(x) = 4 \cdot e^{4x}$)
m. $f(x) = \sqrt{4x^3 + 5x} = (4x^3 + 5x)^{\frac{1}{2}}$	$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (4x^3 + 5x)^{-\frac{1}{2}} \cdot (12x^2 + 5)$ $= (6x^2 + 2,5) \cdot (4x^3 + 5x)^{-\frac{1}{2}}$
n. $f(x) = \sqrt{5 + (2 - 3x^2)^2}$ $= (5 + (2 - 3x^2)^2)^{\frac{1}{2}}$	$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (5 + (2 - 3x^2)^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot [2 \cdot (2 - 3x^2) \cdot (-6x)]$ $= (-12x + 18x^3) \cdot (5 + (2 - 3x^2)^2)^{-\frac{1}{2}}$
o. $f(x) = 9 \cdot (\sqrt{2 + (3x - 2)^2})^3$ $= 9 \cdot (2 + (3x - 2)^2)^{\frac{3}{2}}$	$f'(x) = 9 \cdot \frac{3}{2} \cdot (2 + (3x - 2)^2)^{\frac{1}{2}} \cdot [2 \cdot (3x - 2) \cdot 3]$ $= (243x - 162) \cdot (2 + (3x - 2)^2)^{\frac{1}{2}}$