

# Zusammenfassung von Lösung von Gleichungen

Hier findet ihr alle Gleichungen, die ihr lösen können müsst:

## 1. Lineare Gleichungen

Beispiel:

$$2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -1,5$$

1. Bringe den x-Term auf eine Seite, die Zahl auf die andere Seite!

2. Teile durch die Zahl vor x!

## 2. Quadratische Gleichungen: p-q-Formel

Beispiel:

$$2x^2 - 2x = 12$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

1. Bringe alle Terme auf eine Seite!

2. Teile durch die Zahl vor x!

$$x_{1,2} = -\frac{-1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-12)}$$

3. Löse mit der p-q-Formel oder quadratischen Ergänzung!

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{7}{2}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = 4 \vee x_2 = \frac{1}{2} - \frac{7}{2} = -3$$

## 3. Gleichungen mit $x^3$ : Polynomdivision

Beispiel:

$$x^3 + 2x^2 - 5x = 6$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$$

1. Bringe alles auf eine Seite!

2. Suche eine Nullstelle durch Probieren! (Diese muss ein Teiler des letzten Gliedes sein!):  $x = 2: 8 + 8 - 10 - 6 = 0!$

3. Führe eine Polynomdivision durch!

$$\begin{array}{r} (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x - 2) = x^2 + 4x + 3 \\ -(x^3 - 2x^2) \\ \hline 4x^2 - 5x \\ -(4x^2 - 8x) \\ \hline 3x - 6 \\ -(3x - 6) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 3}$$

$$x_1 = -2 + 1 = -1 \vee x_2 = -2 - 1 = -3$$

$$x_1 = -1 \vee x_2 = -3 \vee x_3 = 2$$

4. Löse die quadratische Gleichung!

#### 4. Gleichungen mit $x^4$ und $x^2$ : Substitution

Beispiel:

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$z^2 - 2z - 8 = 0$$

$$z_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-8)}$$

$$z_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 8} = 1 \pm 3$$

$$z_1 = 4 \quad \vee \quad z_2 = -2$$

$$x^2 = 4 \quad \vee \quad x^2 = -2$$

$$x = 2 \vee x = -2 \quad \vee \quad \text{es gibt keine Lösung, da } x^2 \text{ immer positiv ist}$$

d.h.  $x = 2$  und  $x = -2$  sind die Lösungen der Gleichung!

1. Setze  $x^2 = z$ , also  $x^4 = z^2$ ! (Substitution)

2. Benutze die p-q-Formel, um die Gleichung zu lösen!

3. Setze  $z = x^2$ ! (Rücksubstitution)

4. Löse die Gleichungen!

#### 5. Ausklammern

Beispiel:

$$x^4 - 3x^3 + 2x^2 = 0$$

$$x^2 \cdot (x^2 - 3x + 2) = 0$$

$$x^2 = 0 \quad \vee \quad x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = 1 \quad \vee \quad x = 2$$

Wenn alle Summanden ein  $x$  enthalten, kann man  $x$  ausklammern.

1. Klammern die höchstmögliche Anzahl von  $x$  aus!

2. Da ein Produkt Null ist, wenn einer der beiden Faktoren Null ist, kann man die Gleichungen getrennt lösen.

#### 6. Gleichungen mit Produkten

Beispiel:

$$(x - 3) \cdot (x^2 - 4) \cdot x^2 = 0$$

Da ein Produkt Null ist, wenn einer der beiden Faktoren Null ist, kann man die Gleichungen getrennt betrachten. (Niemals ausmultiplizieren!)

$$(x - 3) = 0 \quad \vee \quad (x^2 - 4) = 0 \quad \vee \quad x^2 = 0$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x^2 = 4 \quad \vee \quad x = 0$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x = -2 \quad \vee \quad x = 0$$