

## Lösungen zu den Übungen zum Rechnen mit Matrizen

Aufgabe	Lösung
<p>1. Gegeben sind die Matrizen <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; -3 &amp; 1 \\ 7 &amp; -2 &amp; 0 \\ 3 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix}</math></p> <p>und <math>B = \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 &amp; 9 \\ -3 &amp; -2 &amp; -6 \\ 3 &amp; 6 &amp; 4 \end{pmatrix}</math>. Berechnen Sie:</p> <p>a. <math>A + B</math>  b. <math>A - B</math>  c. <math>3 \cdot A</math>  d. <math>4 \cdot A - 2 \cdot B</math></p>	<p>a. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; -3 &amp; 1 \\ 7 &amp; -2 &amp; 0 \\ 3 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 &amp; 9 \\ -3 &amp; -2 &amp; -6 \\ 3 &amp; 6 &amp; 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 &amp; -1 &amp; 10 \\ 4 &amp; -4 &amp; -6 \\ 6 &amp; 11 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; -3 &amp; 1 \\ 7 &amp; -2 &amp; 0 \\ 3 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 &amp; 9 \\ -3 &amp; -2 &amp; -6 \\ 3 &amp; 6 &amp; 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 &amp; -5 &amp; -8 \\ 10 &amp; 0 &amp; 6 \\ 0 &amp; -1 &amp; -2 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>3 \cdot \begin{pmatrix} 2 &amp; -3 &amp; 1 \\ 7 &amp; -2 &amp; 0 \\ 3 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 &amp; -9 &amp; 3 \\ 21 &amp; -6 &amp; 0 \\ 9 &amp; 15 &amp; 6 \end{pmatrix}</math></p> <p>d. <math>4 \cdot \begin{pmatrix} 2 &amp; -3 &amp; 1 \\ 7 &amp; -2 &amp; 0 \\ 3 &amp; 5 &amp; 2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 &amp; 2 &amp; 9 \\ -3 &amp; -2 &amp; -6 \\ 3 &amp; 6 &amp; 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 &amp; -12 &amp; 4 \\ 28 &amp; -8 &amp; 0 \\ 12 &amp; 20 &amp; 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 &amp; 4 &amp; 18 \\ -6 &amp; -4 &amp; -12 \\ 6 &amp; 12 &amp; 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 &amp; -16 &amp; -14 \\ 34 &amp; -4 &amp; 12 \\ 6 &amp; 8 &amp; 0 \end{pmatrix}</math></p>
<p>2. Gegeben ist die Matrix <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 6 &amp; -3 \\ 10 &amp; -20 &amp; -6 \\ 5 &amp; 13 &amp; 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>und der Vektor <math>\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}</math>. Berechnen Sie:</p> <p>a. <math>A \cdot \vec{v}</math>  b. <math>3A \cdot \vec{v}</math>  c. <math>A \cdot 2\vec{v}</math></p>	<p>a. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 6 &amp; -3 \\ 10 &amp; -20 &amp; -6 \\ 5 &amp; 13 &amp; 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 2 + 6 \cdot (-3) + (-3) \cdot 4 \\ 10 \cdot 2 + (-20) \cdot (-3) + (-6) \cdot 4 \\ 5 \cdot 2 + 13 \cdot (-3) + 1 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -26 \\ 56 \\ -25 \end{pmatrix}</math></p> <p>b. <math>3 \cdot \begin{pmatrix} 2 &amp; 6 &amp; -3 \\ 10 &amp; -20 &amp; -6 \\ 5 &amp; 13 &amp; 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 &amp; 18 &amp; -9 \\ 30 &amp; -60 &amp; -18 \\ 15 &amp; 39 &amp; 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 - 54 - 36 \\ 60 + 180 - 54 \\ 30 - 117 + 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -78 \\ 168 \\ -75 \end{pmatrix}</math></p> <p>c. <math>\begin{pmatrix} 2 &amp; 6 &amp; -3 \\ 10 &amp; -20 &amp; -6 \\ 5 &amp; 13 &amp; 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 - 36 - 24 \\ 40 + 120 - 48 \\ 20 - 78 + 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -52 \\ 112 \\ -50 \end{pmatrix}</math></p>

3. Gegeben sind die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & -5 & -3 \end{pmatrix}$

und  $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ . Berechnen Sie:

- $A \cdot B$
- $A^2$
- $(A + B) \cdot B$

a.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-1+4 & 2+4+8 & 4+3-10 \\ 18-4-2 & 3+16-4 & 6+12+5 \\ 36+5+6 & 6-20+12 & 12-15-15 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} 15 & 14 & -3 \\ 12 & 15 & 23 \\ 47 & -2 & -18 \end{pmatrix}$$

b.  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+3-12 & 2+4+10 & -4+1+6 \\ 6+12+6 & 3+16-5 & -6+4-3 \\ 12-15-18 & 6-20+15 & -12-5+9 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} -5 & 16 & 3 \\ 24 & 14 & -5 \\ -21 & 1 & -8 \end{pmatrix}$$

c.  $\left[ \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 6 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 0 \\ 2 & 8 & 4 \\ 4 & -9 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} 48-2 & 8+8 & 16+6 \\ 12-8-8 & 2+32-16 & 4+24+20 \\ 24+9-4 & 4-36-8 & 8-27+10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 46 & 16 & 22 \\ -4 & 18 & 48 \\ 29 & -40 & -9 \end{pmatrix}$$

4. Berechnen Sie mit den Matrizen aus Aufgabe 3 **mit dem Taschenrechner**:

- $A^6$
- $(A + B)^5$
- $A^4 \cdot B^2$

1. Matrix definieren:

A := Menu7 (Matrix und Vektor) -> 1(Erstellen) -> 1\_> Zeilen- und Spaltenanzahl eingeben -> Zahlen eintragen -> enter

2. Wie gewohnt rechnen:  $a^6$  ergibt das Ergebnis

a.  $A^6 = \begin{pmatrix} 4297 & 7475 & 1255 \\ 11313 & 13228 & -2248 \\ -9321 & 128 & 2573 \end{pmatrix}$

b.  $(A + B)^5 = \begin{pmatrix} 62048 & 18912 & 13312 \\ 45536 & 2144 & -2112 \\ -32064 & 18064 & -1344 \end{pmatrix}$

c.  $A^4 \cdot B^2 = \begin{pmatrix} 10516 & 5655 & 11254 \\ -5 & 771 & 22778 \\ 14559 & -244 & -861 \end{pmatrix}$