

Anleitung zum Lösen von Potenzgleichungen

1. Ziel: x auf eine Seite bringen

2. a. bei geraden Potenzen: 2 oder 0 Lösungen

$$x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$$

$$x^2 = -4$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-4}$$

=> keine Lösung, da man die Wurzel aus einer negativen Zahl nicht ziehen kann

b. bei ungeraden Potenzen: immer 1 Lösung

$$x^3 = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{8}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$x^3 = -8$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt[3]{8}$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

c. bei negativen Potenzen: erst in positive umwandeln und dann diese in den Zähler bringen

$$x^{-2} = 16 \quad x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = 16 \quad | \cdot x^2$$

$$\Leftrightarrow 1 = 16x^2 \quad | : 16$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{16} = x^2$$

$$\Leftrightarrow \pm\sqrt{\frac{1}{16}} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \vee x = -\frac{1}{4}$$

d. bei Wurzeln: potenzieren

$$\sqrt[3]{x} = 7$$

$$\Leftrightarrow x = 7^3$$

$$\Leftrightarrow x = 343$$

e. bei Potenzen mit reellen Exponenten: erst potenzieren (die Wurzel aufheben), dann radizieren (Wurzel ziehen)

$$x^{\frac{3}{2}} = 9$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^3} = 9$$

$$\Leftrightarrow x^3 = 81$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{81} \approx 4,3$$

$$x^{\frac{2}{3}} = 9$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2} = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 729$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 27$$